



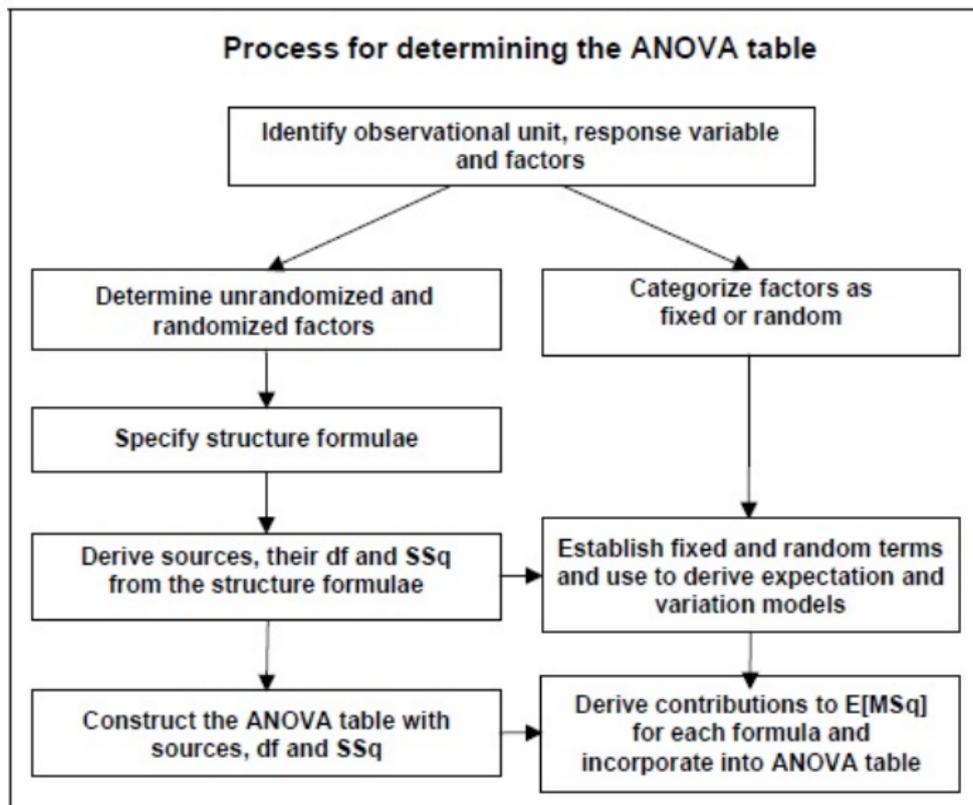
61ª Reunião Anual da Região  
Brasileira da Sociedade  
Internacional  
de Biometria



## DIAGRAMA DE HASSE NO PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS E NA ANÁLISE DE DADOS

Clarice Garcia Borges Demétrio - LCE/ESALQ/USP  
([clarice.demetrio@usp.br](mailto:clarice.demetrio@usp.br))

Renata Alcarde Sermarini - LCE/ESALQ/USP  
([ralcarde@usp.br](mailto:ralcarde@usp.br))





Maiores informações em:

<http://chris.brien.name/ee2/smhoutsoln.html>

Chris Brien (University of South Australia)

Adelaide, Australia

## O procedimento

- ▶ Determinação do modelo e tabela da análise da variância
- ▶ Processo que consiste de 7 passos:
  - (a) Descrição das características pertinentes do estudo
  - (b) A estrutura experimental
  - (c) Fontes de variação obtidas a partir da fórmula estrutural
  - (d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados
  - (e) Tabela da análise de variância
  - (f) Modelos de esperança e variância (maximais)
  - (g) As esperanças dos quadrados médios

## a) Descrição das características pertinentes do estudo

Identificar as seguintes características:

1. unidade observacional
2. variável resposta
3. fatores não casualizados (*unrandomized*)
4. fatores casualizados (*randomized*)
5. tipo de estudo

## a) Descrição das características pertinentes do estudo

**Definição 1:** A **unidade observacional** é a entidade física nativa que é individualmente medida.

Exemplo: Um animal ou uma parcela.

**Definição 2:** A **variável resposta** é a variável de interesse do pesquisador avaliada, possivelmente, sob diferentes tratamentos.

Exemplo: Um pesquisador deseja verificar se existem diferenças quanto a produção, altura, ..., considerando-se diferentes tratamentos. Portanto, nesse caso, as variáveis respostas são produção e altura.

## a) Descrição das características pertinentes do estudo

**Definição 3:** Os **fatores não casualizados** são aqueles que indexariam as unidades observacionais se nenhuma casualização fosse empregada.

**Definição 4:** Os **fatores casualizados** são aqueles associados às unidades observacionais como um resultado da casualização.

**Definição 5:** O **tipo de estudo** é o nome do delineamento experimental associado ao esquema de tratamento ou método de amostragem, por exemplo, DIC, DCB, QL, etc.

## a) Descrição das características pertinentes do estudo

### **Regra 1:**

Para determinar se um fator é *randomized* ou *unrandomized*, deve-se fazer a seguinte pergunta:

Para uma unidade observacional os níveis do fator podem ser identificados se a casualização ainda não foi realizada?

Se sim, então o fator é *unrandomized*; se não o fator é *randomized*.

## Exemplo 1: Genótipos de milho

O milho é um dos principais cereais produzidos no mundo e grande empenho tem sido empregado em seu melhoramento genético (ganho em produtividade). Um estudo foi desenvolvido com cinco genótipos e quatro repetições, seguindo um delineamento inteiramente casualizado, tendo-se observado o peso das espigas de cada parcela ( $10 \text{ m}^2$ ), conforme apresentado na Tabela 1.

**Tabela:** Peso de espigas, em  $\text{kg}/10 \text{ m}^2$  para 5 diferentes genótipos

Genótipos	Repetição			
1	5,95	6,21	5,40	5,18
2	5,07	6,71	5,46	4,98
3	4,82	5,11	4,68	4,52
4	3,87	4,16	4,11	4,84
5	5,53	5,82	4,29	4,70

## Exemplo 1: Genótipos de milho

O milho é um dos principais cereais produzidos no mundo e grande empenho tem sido empregado em seu melhoramento genético (ganho em produtividade). Um estudo foi desenvolvido com cinco genótipos e quatro repetições, seguindo um delineamento inteiramente casualizado, tendo-se observado o peso das espigas de cada parcela ( $10 \text{ m}^2$ ), conforme apresentado na Tabela 1.



- Unidade observacional:

## Exemplo 1: Genótipos de milho

O milho é um dos principais cereais produzidos no mundo e grande empenho tem sido empregado em seu melhoramento genético (ganho em produtividade). Um estudo foi desenvolvido com cinco genótipos e quatro repetições, seguindo um delineamento inteiramente casualizado, tendo-se observado o peso das espigas de cada parcela ( $10 \text{ m}^2$ ), conforme apresentado na Tabela 1.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela**
- ▶ Variáveis:

## Exemplo 1: Genótipos de milho

O milho é um dos principais cereais produzidos no mundo e grande empenho tem sido empregado em seu melhoramento genético (ganho em produtividade). Um estudo foi desenvolvido com cinco genótipos e quatro repetições, seguindo um delineamento inteiramente casualizado, tendo-se observado o peso das espigas de cada parcela ( $10 \text{ m}^2$ ), conforme apresentado na Tabela 1.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela**
- ▶ Variáveis: **Parcelas, Genótipos e Peso**
- ▶ Variável resposta:

## Exemplo 1: Genótipos de milho

O milho é um dos principais cereais produzidos no mundo e grande empenho tem sido empregado em seu melhoramento genético (ganho em produtividade). Um estudo foi desenvolvido com cinco genótipos e quatro repetições, seguindo um delineamento inteiramente casualizado, tendo-se observado o peso das espigas de cada parcela ( $10 \text{ m}^2$ ), conforme apresentado na Tabela 1.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela**
- ▶ Variáveis: **Parcelas, Genótipos e Peso**
- ▶ Variável resposta: **Peso**
- ▶ Fator *unrandomized*:

## Exemplo 1: Genótipos de milho

O milho é um dos principais cereais produzidos no mundo e grande empenho tem sido empregado em seu melhoramento genético (ganho em produtividade). Um estudo foi desenvolvido com cinco genótipos e quatro repetições, seguindo um delineamento inteiramente casualizado, tendo-se observado o peso das espigas de cada parcela ( $10 \text{ m}^2$ ), conforme apresentado na Tabela 1.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela**
- ▶ Variáveis: **Parcelas, Genótipos e Peso**
- ▶ Variável resposta: **Peso**
- ▶ Fator *unrandomized*: **Parcela**
- ▶ Fator *randomized*:





## Exemplo 2: DAP

Um experimento foi conduzido para verificar diferenças entre o crescimento de mudas cultivadas a partir de duas procedências distintas: um banco de sementes (BS) e uma plantação (P). Os tratamentos foram casualizados em blocos, com oito repetições, e após 15 anos obteve-se a média do diâmetro a altura do peito (cm) para três árvores em cada parcela. Os resultados são apresentados a seguir.

Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4	Bloco 5	Bloco 6	Bloco 7	Bloco 8
1 P 28,16	1 BS 27,91	1 BS 28,06	1 BS 31,42	1 P 28,80	1 P 28,19	1 BS 31,72	1 P 28,34
2 BS 30,38	2 P 25,62	2 P 28,61	2 P 32,59	2 BS 30,11	2 BS 31,52	2 P 31,23	2 BS 33,53

## Exemplo 2: DAP

Um experimento foi conduzido para verificar diferenças entre o crescimento de mudas cultivadas a partir de duas procedências distintas: um banco de sementes (BS) e uma plantação (P). Os tratamentos foram casualizados em blocos, com oito repetições, e após 15 anos obteve-se a média do diâmetro a altura do peito (cm) para três árvores em cada parcela.



- ▶ Unidade observacional:

## Exemplo 2: DAP

Um experimento foi conduzido para verificar diferenças entre o crescimento de mudas cultivadas a partir de duas procedências distintas: um banco de sementes (BS) e uma plantação (P). Os tratamentos foram casualizados em blocos, com oito repetições, e após 15 anos obteve-se a média do diâmetro a altura do peito (cm) para três árvores em cada parcela.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis:

## Exemplo 2: DAP

Um experimento foi conduzido para verificar diferenças entre o crescimento de mudas cultivadas a partir de duas procedências distintas: um banco de sementes (BS) e uma plantação (P). Os tratamentos foram casualizados em blocos, com oito repetições, e após 15 anos obteve-se a média do diâmetro a altura do peito (cm) para três árvores em cada parcela.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis: **Blocos, Parcelas, Procedências, DAP**
- ▶ Variável resposta:

## Exemplo 2: DAP

Um experimento foi conduzido para verificar diferenças entre o crescimento de mudas cultivadas a partir de duas procedências distintas: um banco de sementes (BS) e uma plantação (P). Os tratamentos foram casualizados em blocos, com oito repetições, e após 15 anos obteve-se a média do diâmetro a altura do peito (cm) para três árvores em cada parcela.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis: **Blocos, Parcelas, Procedências, DAP**
- ▶ Variável resposta: **DAP**
- ▶ Fatores *unrandomized*:

## Exemplo 2: DAP

Um experimento foi conduzido para verificar diferenças entre o crescimento de mudas cultivadas a partir de duas procedências distintas: um banco de sementes (BS) e uma plantação (P). Os tratamentos foram casualizados em blocos, com oito repetições, e após 15 anos obteve-se a média do diâmetro a altura do peito (cm) para três árvores em cada parcela.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis: **Blocos, Parcelas, Procedências, DAP**
- ▶ Variável resposta: **DAP**
- ▶ Fatores *unrandomized*: **Blocos e Parcelas**
- ▶ Fatores *randomized*:

## Exemplo 2: DAP

Um experimento foi conduzido para verificar diferenças entre o crescimento de mudas cultivadas a partir de duas procedências distintas: um banco de sementes (BS) e uma plantação (P). Os tratamentos foram casualizados em blocos, com oito repetições, e após 15 anos obteve-se a média do diâmetro a altura do peito (cm) para três árvores em cada parcela.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis: **Blocos, Parcelas, Procedências, DAP**
- ▶ Variável resposta: **DAP**
- ▶ Fatores *unrandomized*: **Blocos e Parcelas**
- ▶ Fatores *randomized*: **Procedências**

## Exemplo 2: DAP

Um experimento foi conduzido para verificar diferenças entre o crescimento de mudas cultivadas a partir de duas procedências distintas: um banco de sementes (BS) e uma plantação (P). Os tratamentos foram casualizados em blocos, com oito repetições, e após 15 anos obteve-se a média do diâmetro a altura do peito (cm) para três árvores em cada parcela.



- ▶ Unidade observacional: **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis: **Blocos, Parcelas, Procedências, DAP**
- ▶ Variável resposta: **DAP**
- ▶ Fatores *unrandomized*: **Blocos e Parcelas**
- ▶ Fatores *randomized*: **Procedências**

## Exemplo 3: Produção de ruibarbo

Um experimento foi realizado para avaliar o efeito do tempo de colheita sobre a produção de ruibarbo. O experimento consistiu de quatro blocos com sete parcelas cada bloco; as datas de colheita foram casualizadas às parcelas dentro de blocos e os valores para produção por parcela, são apresentados a seguir:

Blocos	Data de colheita						
	3/5	7/5	11/5	15/5	19/5	23/5	27/5
I	21,2	19,3	22,8	26,0	43,5	32,1	33,0
II	21,4	17,4	29,0	34,0	37,0	30,4	32,2
III	12,0	24,5	18,5	33,0	25,1	35,7	35,4
IV	17,2	30,2	24,5	30,2	23,4	32,3	35,4

## Exemplo 3: Produção de ruibarbo

Um experimento foi realizado para avaliar o efeito do tempo de colheita sobre a produção de ruibarbo. O experimento consistiu de quatro blocos com sete parcelas cada bloco; as datas de colheita foram casualizadas às parcelas dentro de blocos e os valores para produção por parcela foram observados.



- ▶ Unidade observacional

## Exemplo 3: Produção de ruibarbo

Um experimento foi realizado para avaliar o efeito do tempo de colheita sobre a produção de ruibarbo. O experimento consistiu de quatro blocos com sete parcelas cada bloco; as datas de colheita foram casualizadas às parcelas dentro de blocos e os valores para produção por parcela foram observados.



- ▶ Unidade observacional **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis

## Exemplo 3: Produção de ruibarbo

Um experimento foi realizado para avaliar o efeito do tempo de colheita sobre a produção de ruibarbo. O experimento consistiu de quatro blocos com sete parcelas cada bloco; as datas de colheita foram casualizadas às parcelas dentro de blocos e os valores para produção por parcela foram observados.



- ▶ Unidade observacional **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis **Blocos, Parcelas, tempo, produção**
- ▶ Variável resposta

## Exemplo 3: Produção de ruibarbo

Um experimento foi realizado para avaliar o efeito do tempo de colheita sobre a produção de ruibarbo. O experimento consistiu de quatro blocos com sete parcelas cada bloco; as datas de colheita foram casualizadas às parcelas dentro de blocos e os valores para produção por parcela foram observados.



- ▶ Unidade observacional **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis **Blocos, Parcelas, tempo, produção**
- ▶ Variável resposta **Produção**
- ▶ Fatores *unrandomized*

## Exemplo 3: Produção de ruibarbo

Um experimento foi realizado para avaliar o efeito do tempo de colheita sobre a produção de ruibarbo. O experimento consistiu de quatro blocos com sete parcelas cada bloco; as datas de colheita foram casualizadas às parcelas dentro de blocos e os valores para produção por parcela foram observados.



- ▶ Unidade observacional **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis **Blocos, Parcelas, tempo, produção**
- ▶ Variável resposta **Produção**
- ▶ Fatores *unrandomized* **Blocos e Parcelas**
- ▶ Fatores *randomized*

## Exemplo 3: Produção de ruibarbo

Um experimento foi realizado para avaliar o efeito do tempo de colheita sobre a produção de ruibarbo. O experimento consistiu de quatro blocos com sete parcelas cada bloco; as datas de colheita foram casualizadas às parcelas dentro de blocos e os valores para produção por parcela foram observados.



- ▶ Unidade observacional **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis **Blocos, Parcelas, tempo, produção**
- ▶ Variável resposta **Produção**
- ▶ Fatores *unrandomized* **Blocos e Parcelas**
- ▶ Fatores *randomized* **tempo**
- ▶ Tipo de estudo

## Exemplo 3: Produção de ruibarbo

Um experimento foi realizado para avaliar o efeito do tempo de colheita sobre a produção de ruibarbo. O experimento consistiu de quatro blocos com sete parcelas cada bloco; as datas de colheita foram casualizadas às parcelas dentro de blocos e os valores para produção por parcela foram observados.



- ▶ Unidade observacional **uma parcela em um bloco**
- ▶ Variáveis **Blocos, Parcelas, tempo, produção**
- ▶ Variável resposta **Produção**
- ▶ Fatores *unrandomized* **Blocos e Parcelas**
- ▶ Fatores *randomized* **tempo**
- ▶ Tipo de estudo **DBC**

## Exemplo 4: Brotos de trigo

Considere um experimento para investigar a habilidade de quatro amostradores selecionarem uma amostra de brotos de trigo sem viés, para medir sua altura. Quatro áreas, com aproximadamente 80 brotos cada, e quatro intervalos do dia foram utilizados no estudo, sendo atribuído a uma particular combinação área-intervalo um determinado amostrador de acordo com um Quadrado Latino, que avaliou a altura de oito brotos. Após o término do experimento todos os brotos de todas as áreas foram medidos e a “verdadeira” altura média foi determinada por área. A variável resposta é a diferença (cm) entre a altura média dos oito brotos e a altura média dos 80 brotos.

## Exemplo 4: Brotos de trigo

Os resultados são apresentados a seguir:

Intervalos	Área			
	1	2	3	4
I	6 (A)	11 (B)	5 (D)	10 (C)
II	8 (D)	11 (C)	5 (A)	12 (B)
III	0 (B)	-2 (D)	1 (C)	1 (A)
IV	2 (C)	0 (A)	5 (B)	5 (D)



► Unidade observacional

## Exemplo 4: Brotos de trigo

Os resultados são apresentados a seguir:

Intervalos	Área			
	1	2	3	4
I	6 (A)	11 (B)	5 (D)	10 (C)
II	8 (D)	11 (C)	5 (A)	12 (B)
III	0 (B)	-2 (D)	1 (C)	1 (A)
IV	2 (C)	0 (A)	5 (B)	5 (D)



► Variáveis

► Unidade observacional **uma combinação área-intervalo**

## Exemplo 4: Brotos de trigo

Os resultados são apresentados a seguir:

Intervalos	Área			
	1	2	3	4
I	6 (A)	11 (B)	5 (D)	10 (C)
II	8 (D)	11 (C)	5 (A)	12 (B)
III	0 (B)	-2 (D)	1 (C)	1 (A)
IV	2 (C)	0 (A)	5 (B)	5 (D)



- ▶ Unidade observacional **uma combinação área-intervalo**

- ▶ Variáveis **Áreas, Intervalos, Amostradores, Diferença**
- ▶ Variável resposta

## Exemplo 4: Brotos de trigo

Os resultados são apresentados a seguir:

Intervalos	Área			
	1	2	3	4
I	6 (A)	11 (B)	5 (D)	10 (C)
II	8 (D)	11 (C)	5 (A)	12 (B)
III	0 (B)	-2 (D)	1 (C)	1 (A)
IV	2 (C)	0 (A)	5 (B)	5 (D)



- ▶ Unidade observacional **uma combinação área-intervalo**

- ▶ Variáveis **Áreas, Intervalos, Amostradores, Diferença**
- ▶ Variável resposta **Diferença**
- ▶ Fatores *unrandomized*

## Exemplo 4: Brotos de trigo

Os resultados são apresentados a seguir:

Intervalos	Área			
	1	2	3	4
I	6 (A)	11 (B)	5 (D)	10 (C)
II	8 (D)	11 (C)	5 (A)	12 (B)
III	0 (B)	-2 (D)	1 (C)	1 (A)
IV	2 (C)	0 (A)	5 (B)	5 (D)



- ▶ Unidade observacional **uma combinação área-intervalo**

- ▶ Variáveis **Áreas, Intervalos, Amostradores, Diferença**
- ▶ Variável resposta **Diferença**
- ▶ Fatores *unrandomized* **Áreas, Intervalos**
- ▶ Fatores *randomized*

## Exemplo 4: Brotos de trigo

Os resultados são apresentados a seguir:

Intervalos	Área			
	1	2	3	4
I	6 (A)	11 (B)	5 (D)	10 (C)
II	8 (D)	11 (C)	5 (A)	12 (B)
III	0 (B)	-2 (D)	1 (C)	1 (A)
IV	2 (C)	0 (A)	5 (B)	5 (D)



- ▶ Unidade observacional **uma combinação área-intervalo**

- ▶ Variáveis **Áreas, Intervalos, Amostradores, Diferença**
- ▶ Variável resposta **Diferença**
- ▶ Fatores *unrandomized* **Áreas, Intervalos**
- ▶ Fatores *randomized* **Amostradores**
- ▶ Tipo de estudo

## Exemplo 4: Brotos de trigo

Os resultados são apresentados a seguir:

Intervalos	Área			
	1	2	3	4
I	6 (A)	11 (B)	5 (D)	10 (C)
II	8 (D)	11 (C)	5 (A)	12 (B)
III	0 (B)	-2 (D)	1 (C)	1 (A)
IV	2 (C)	0 (A)	5 (B)	5 (D)



- ▶ Unidade observacional **uma combinação área-intervalo**

- ▶ Variáveis **Áreas, Intervalos, Amostradores, Diferença**
- ▶ Variável resposta **Diferença**
- ▶ Fatores *unrandomized* **Áreas, Intervalos**
- ▶ Fatores *randomized* **Amostradores**
- ▶ Tipo de estudo **DQL**

## Exemplo 5: Amostragem em uma vinha

Considere que de uma vinha é composta por 125 videiras, 15 são selecionadas ao acaso e suas produções são medidas.



- ▶ Unidade observacional

## Exemplo 5: Amostragem em uma vinha

Considere que de uma vinha é composta por 125 videiras, 15 são selecionadas ao acaso e suas produções são medidas.



- ▶ Unidade observacional **uma videira**
- ▶ Variável resposta

## Exemplo 5: Amostragem em uma vinha

Considere que de uma vinha é composta por 125 videiras, 15 são selecionadas ao acaso e suas produções são medidas.



- ▶ Unidade observacional **uma videira**
- ▶ Variável resposta **Produção**
- ▶ Fatores *unrandomized*

## Exemplo 5: Amostragem em uma vinha

Considere que de uma vinha é composta por 125 videiras, 15 são selecionadas ao acaso e suas produções são medidas.



- ▶ Unidade observacional **uma videira**
- ▶ Variável resposta **Produção**
- ▶ Fatores *unrandomized*  
**Videiras**
- ▶ Fatores *randomized*

## Exemplo 5: Amostragem em uma vinha

Considere que de uma vinha é composta por 125 videiras, 15 são selecionadas ao acaso e suas produções são medidas.



- ▶ Unidade observacional **uma videira**
- ▶ Variável resposta **Produção**
- ▶ Fatores *unrandomized* **Videiras**
- ▶ Fatores *randomized* **não se aplica**
- ▶ Tipo de estudo

## Exemplo 5: Amostragem em uma vinha

Considere que de uma vinha é composta por 125 videiras, 15 são selecionadas ao acaso e suas produções são medidas.



- ▶ Unidade observacional **uma videira**
- ▶ Variável resposta **Produção**
- ▶ Fatores *unrandomized* **Videiras**
- ▶ Fatores *randomized* **não se aplica**
- ▶ Tipo de estudo **Estudo observacional**

## b) Estrutura experimental

**Regra 2:** Determinar a estrutura experimental...

1. descrever a relação de cruzamento ou aninhamento entre os fatores *unrandomized* no experimento,
2. descrever a relação de cruzamento ou aninhamento entre
  - i) os fatores *randomized*
  - ii) os fatores *randomized* e *unrandomized\**, se necessário.

Acrescentar o número de níveis dos fatores em frente aos respectivos nomes.

\* Nota: Geralmente, os fatores *unrandomized* e *randomized* são tratados como independentes.

## b) Estrutura experimental

**Definição 6:** Dois fatores são intrinsecamente **cruzados** se unidades com o mesmo nível de um fator, mas diferentes níveis de um segundo fator, têm uma característica comum associada ao primeiro fator.

**Notação:**  $A * B$ .

**Definição 7:** Dois fatores são intrinsecamente **aninhados** se unidades com o mesmo nível do fator aninhado, mas diferentes níveis do fator aninhante, não têm característica aparente em comum.

**Notação:**  $A/B$ .

## Exemplo 6: Peso de animais - idade desconhecida

Suponha que estamos avaliando o peso de 3 animais de cada sexo, conforme a tabela a seguir:

		Animal		
		1	2	3
Sexo	M	$y_1$	$y_2$	$y_3$
	F	$y_4$	$y_5$	$y_6$

## Exemplo 6: Peso de animais - idade desconhecida

Suponha que estamos avaliando o peso de 3 animais de cada sexo, conforme a tabela a seguir:

		Animal		
		1	2	3
Sexo	M	$y_1$	$y_2$	$y_3$
	F	$y_4$	$y_5$	$y_6$

Fator Sexo: com dois níveis.

Fator Animal: com três níveis

Sexo/Animal

## Exemplo 7: Peso de animais - idade conhecida

Suponha agora seis animais, três de cada sexo, os quais consistem de um animal de cada uma de três diferentes idades.

		Idade (meses)		
		2	4	6
Sexo	M	$y_1$	$y_2$	$y_3$
	F	$y_4$	$y_5$	$y_6$

## Exemplo 7: Peso de animais - idade conhecida

Suponha agora seis animais, três de cada sexo, os quais consistem de um animal de cada uma de três diferentes idades.

		Idade (meses)		
		2	4	6
Sexo	M	$y_1$	$y_2$	$y_3$
	F	$y_4$	$y_5$	$y_6$

Fator Sexo: 2 níveis

Fator Idade: 3 níveis

Idade\*Sexo

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Um experimento foi conduzido para verificar diferenças entre o crescimento de mudas cultivadas a partir de duas procedências distintas: um banco de sementes (BS) e uma plantação (P). Os tratamentos foram casualizados em blocos, com oito repetições, e após 15 anos obteve-se a média do diâmetro a altura do peito (cm) para três árvores em cada parcela.

Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4	Bloco 5	Bloco 6	Bloco 7	Bloco 8
1 P 28,16	1 BS 27,91	1 BS 28,06	1 BS 31,42	1 P 28,80	1 P 28,19	1 BS 31,72	1 P 28,34
2 BS 30,38	2 P 25,62	2 P 28,61	2 P 32,59	2 BS 30,11	2 BS 31,52	2 P 31,23	2 BS 33,53

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Fatores *unrandomized*: Blocos, Parcelas

Fator *randomized*: Procedências

Os fatores Blocos e Parcelas são aninhados ou cruzados?

Fórmula estrutural:

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Fatores *unrandomized*: Blocos, Parcelas

Fator *randomized*: Procedências

Os fatores Blocos e Parcelas são aninhados ou cruzados?

Fórmula estrutural:

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	8 Blocos/2 Parcelas
<i>randomized</i>	2 Procedências

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

Os resultados são apresentados a seguir:

Intervalos	Área			
	1	2	3	4
I	6 (A)	11 (B)	5 (D)	10 (C)
II	8 (D)	11 (C)	5 (A)	12 (B)
III	0 (B)	-2 (D)	1 (C)	1 (A)
IV	2 (C)	0 (A)	5 (B)	5 (D)



- ▶ Unidade observacional **uma combinação área-intervalo**

- ▶ Variáveis **Áreas, Intervalos, Amostradores, Diferença**
- ▶ Variável resposta **Diferença**
- ▶ Fatores *unrandomized* **Áreas, Intervalos**
- ▶ Fatores *randomized* **Amostradores**
- ▶ Tipo de estudo **DQL**

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

Fatores *unrandomized*: Intervalos, Áreas

Fator *randomized*: Amostradores

Os fatores Intervalos e Áreas são aninhados ou cruzados?

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

Fatores *unrandomized*: Intervalos, Áreas

Fator *randomized*: Amostradores

Os fatores Intervalos e Áreas são aninhados ou cruzados?

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	4 Intervalos*4 Áreas
<i>randomized</i>	4 Amostradores

## Observações

Relação de aninhamento  $\Rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{intrinsecamente aninhados} \\ \text{casualização} \end{array} \right.$

**Exemplo:** Mesmo que as mesmas quatro áreas sejam avaliadas em todos os intervalos a relação pode ser de aninhamento se o amostrador for casualizado a cada intervalo dentro de cada área, nesse caso, teremos um delineamento casualizado em blocos e não um Quadrado Latino.

Intervalos	Áreas			
	1	2	3	4
I	B	A	A	B
II	A	D	C	A
III	D	C	D	D
IV	C	B	B	C

(Amostradores: A, B, C, D)

## c) Fontes de variação obtidas a partir da fórmula estrutural

**Regra 3:** As regras para expandir a fórmula estrutural envolvendo dois fatores A e B são:

$$A*B = A + B + A\#B$$

$$A/B = A + B[A]$$

Generalizando, se L e M são fórmulas estruturais:

$$L*M = L + M + L\#M$$

$$L/M = L + M[*gf*(L)]$$

## Fator generalizado

**Definição 8:** Um **fator generalizado** é o fator formado a partir de vários fatores originais, cujos níveis são combinações dos níveis dos fatores originais, que ocorrem no experimento. Sua representação é feita pela lista dos fatores constituintes separados por ‘ $\wedge$ ’

Existe um fator generalizado correspondente a cada fonte de variação obtida a partir da fórmula estrutural.

## Exemplos

### Exemplo 2: DAP (Cont.)

$$\text{Blocos/Parcelas} = \text{Blocos} + \text{Parcelas}[\text{Blocos}]$$

### Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

$$\text{Intervalos} * \text{Áreas} = \text{Intervalos} + \text{Áreas} + \text{Intervalos} \# \text{Áreas}$$

## Número de graus de liberdade e soma de quadrados

### DIAGRAMA DE HASSE



Relação de marginalidade

**Definição 9:** Um fator generalizado,  $V$ , é **marginal** a outro fator generalizado,  $Z$ , se os fatores no fator generalizado  $V$  são um subconjunto daqueles no fator generalizado  $Z$ , e isso irá ocorrer independentemente da repetição dos níveis dos fatores generalizados. Escrevemos  $V \leq Z$ .

## Número de graus de liberdade e soma de quadrados

### DIAGRAMA DE HASSE



Relação de marginalidade

**Definição 9:** Um fator generalizado,  $V$ , é **marginal** a outro fator generalizado,  $Z$ , se os fatores no fator generalizado  $V$  são um subconjunto daqueles no fator generalizado  $Z$ , e isso irá ocorrer independentemente da repetição dos níveis dos fatores generalizados. Escrevemos  $V \leq Z$ .

### Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

## Número de graus de liberdade e soma de quadrados

### DIAGRAMA DE HASSE



Relação de marginalidade

**Definição 9:** Um fator generalizado,  $V$ , é **marginal** a outro fator generalizado,  $Z$ , se os fatores no fator generalizado  $V$  são um subconjunto daqueles no fator generalizado  $Z$ , e isso irá ocorrer independentemente da repetição dos níveis dos fatores generalizados. Escrevemos  $V \leq Z$ .

**Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)**

Áreas é marginal a Intervalos  $\wedge$  Áreas.

## Número de graus de liberdade

**Regra 4:** O diagrama de Hasse para os fatores generalizados de uma fórmula estrutural é formado tal que, a **posição dos pontos** representando tais fatores generalizados indique a **relação entre os fatores** presentes em cada fórmula estrutural.

- ▶ Um fator generalizado deve estar posicionado acima da representação para o fator generalizado para o qual este é marginal.
- ▶ Se dois fatores são cruzados, então os fatores generalizados para os efeitos principais devem estar no mesmo nível no diagrama.
- ▶ Acima de todos os fatores, coloca-se o fator universal, U, representando a média geral.

## Número de graus de liberdade

**Regra 4 (Cont.):** À esquerda do ponto escreve-se o fator generalizado e o número de níveis e, à direita, escreve-se o número de graus de liberdade e a respectiva fonte de variação.

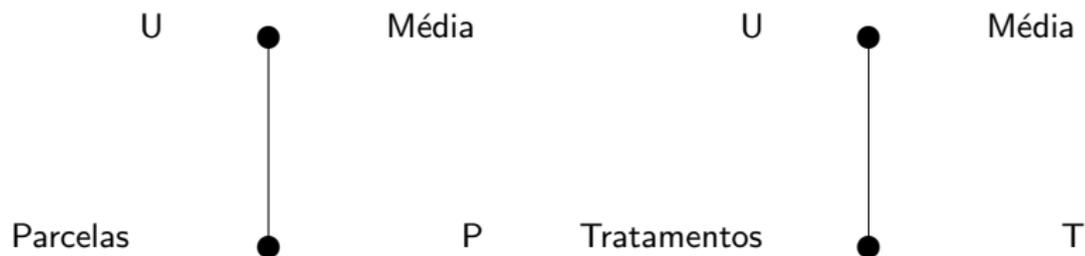
- ▶ O número de graus de liberdade é obtido pela diferença entre o número de níveis e a soma dos números de graus de liberdade de todos os fatores marginais ao fator em questão.

## Número de graus de liberdade

**Regra 5:** Quando todos os fatores são cruzados, o número de graus de liberdade de qualquer fonte de variação pode ser calculado diretamente.

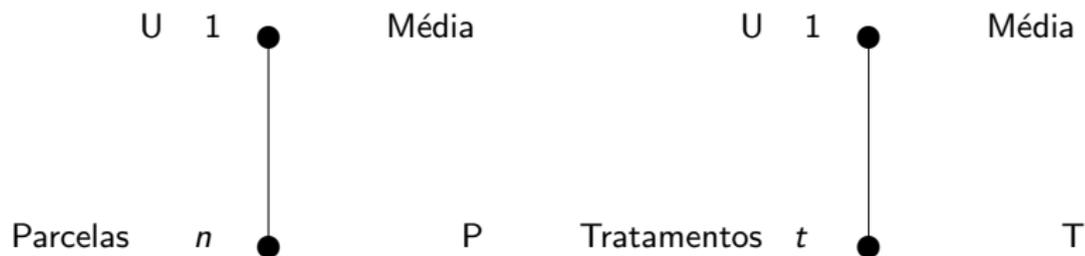
Para cada fator no fator generalizado correspondente, calcular o número de níveis menos um e multiplicá-los.

## Número de graus de liberdade: experimentos inteiramente casualizados



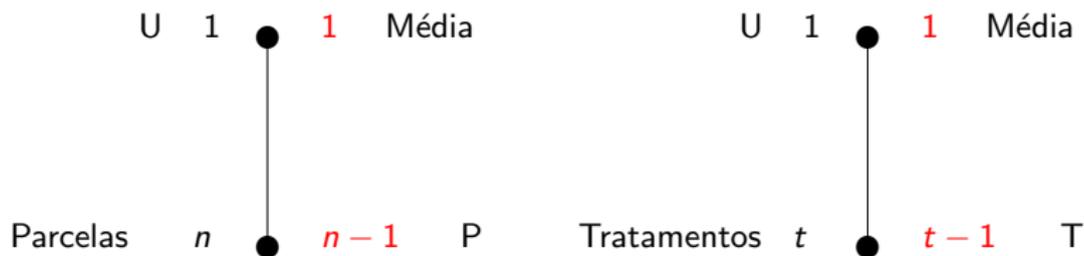
**Figura:** Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos inteiramente casualizados

## Número de graus de liberdade: experimentos inteiramente casualizados



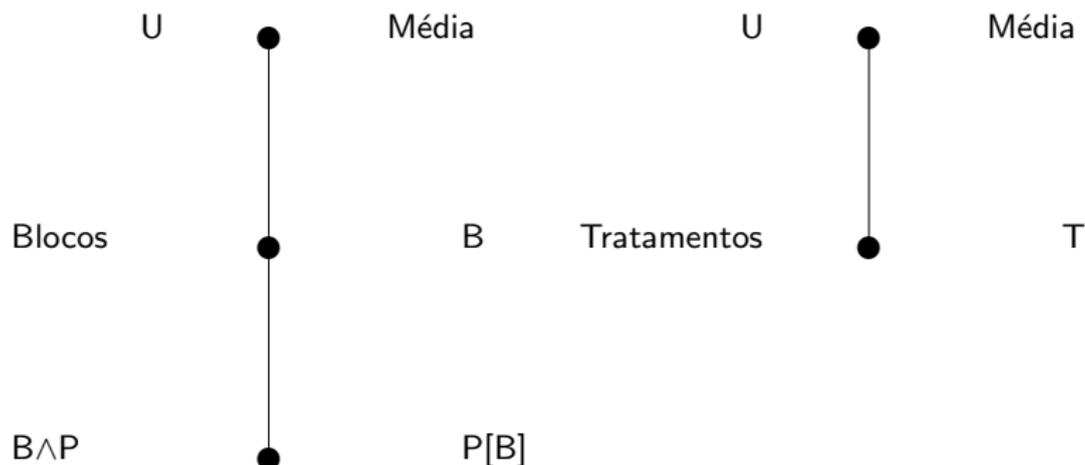
**Figura:** Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos inteiramente casualizados

## Número de graus de liberdade: experimentos inteiramente casualizados



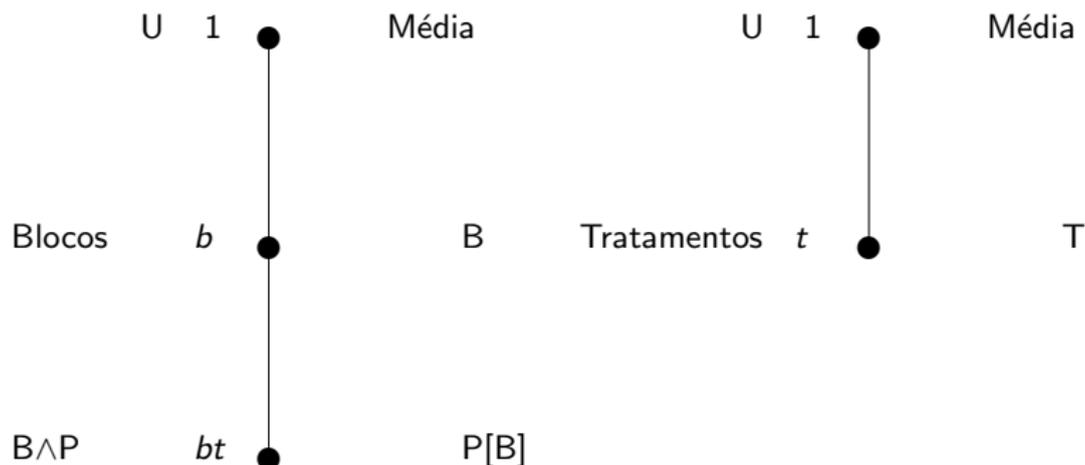
**Figura:** Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos inteiramente casualizados

## Número de graus de liberdade: experimentos casualizados em blocos



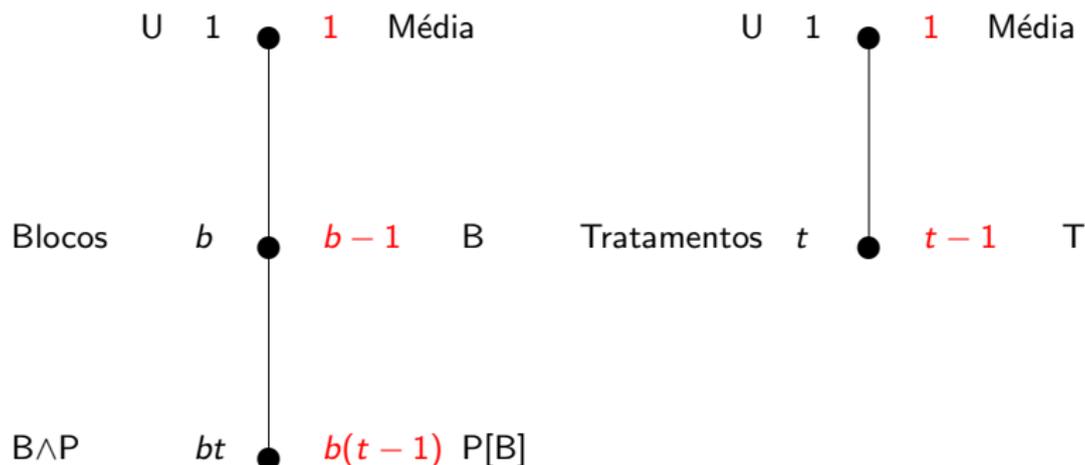
**Figura:** Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos casualizados em blocos

## Número de graus de liberdade: experimentos casualizados em blocos



**Figura:** Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos casualizados em blocos

## Número de graus de liberdade: experimentos casualizados em blocos



**Figura:** Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos casualizados em blocos

## Número de graus de liberdade: experimentos casualizados em Quadrado Latino

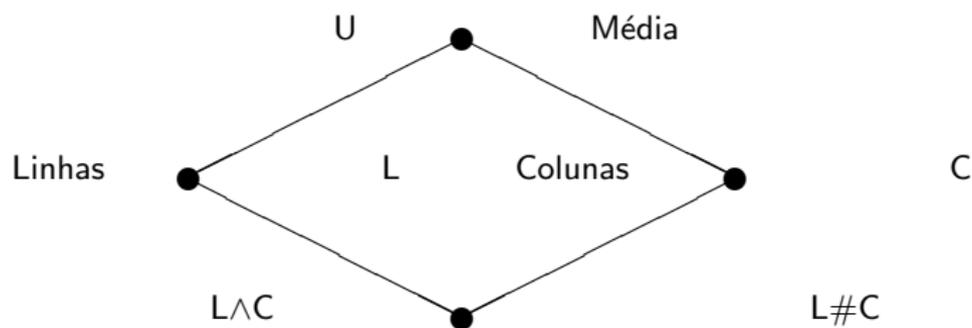
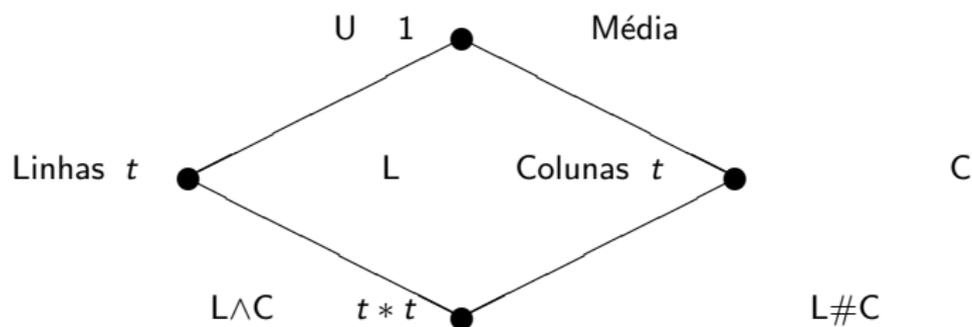


Figura: Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos casualizados em Quadrado Latino

## Número de graus de liberdade: experimentos casualizados em Quadrado Latino



**Figura:** Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos casualizados em Quadrado Latino

## Número de graus de liberdade: experimentos casualizados em Quadrado Latino

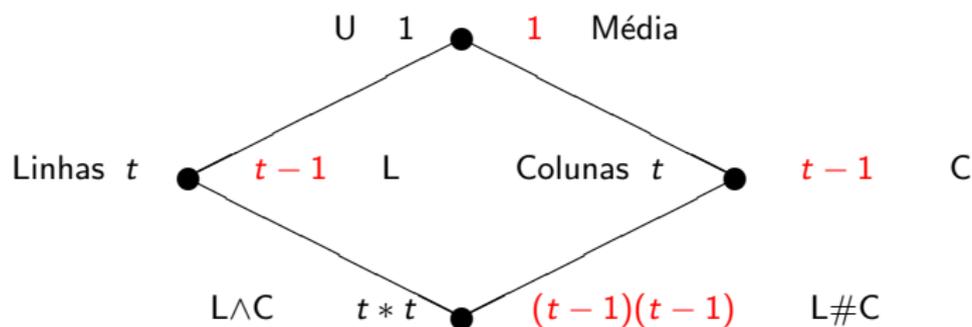
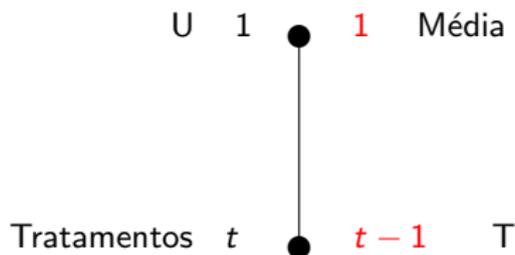


Figura: Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos casualizados em Quadrado Latino





## Número de graus de liberdade: experimentos casualizados em Quadrado Latino



**Figura:** Obtenção dos números de graus de liberdade utilizando-se diagramas de Hasse, para experimentos casualizados em Quadrado Latino

## Soma de quadrados

As somas de quadrados são formas quadráticas do tipo  $\mathbf{y}'\mathbf{Q}\mathbf{y}$ .

- ▶ A matriz  $\mathbf{Q}$  pode ser expressa em função das matrizes de projeção  $\mathbf{M}$ ,

$$\mathbf{M} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$$

$\mathbf{X}$  é a matriz de incidência de posto completo.

**Regra 6:** A expressão para a matriz  $\mathbf{Q}$  de cada fator generalizado é obtida substituindo-se no diagrama de Hasse o número de níveis de cada fator generalizado pela respectiva matriz  $\mathbf{M}$  e, do lado direito no diagrama, as expressões são obtidas pela diferença entre a matriz  $\mathbf{M}$  em questão e a soma das expressões das matrizes  $\mathbf{Q}$  dos fatores marginais a este fator generalizado.

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

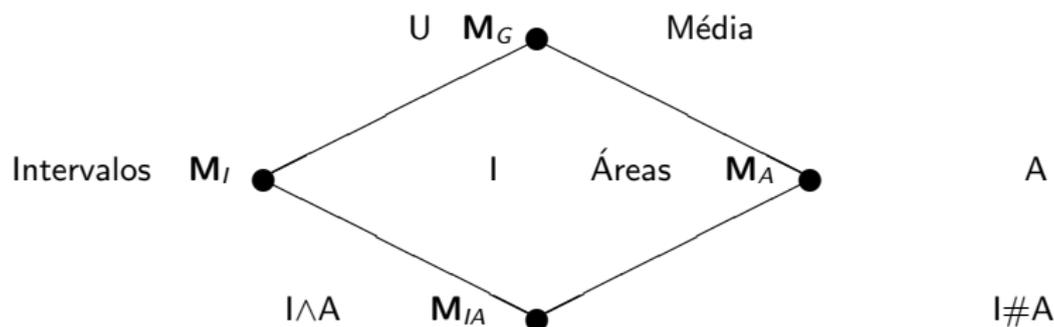


Figura: Obtenção das somas de quadrados utilizando-se diagramas de Hasse (fatores *unrandomized*)

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

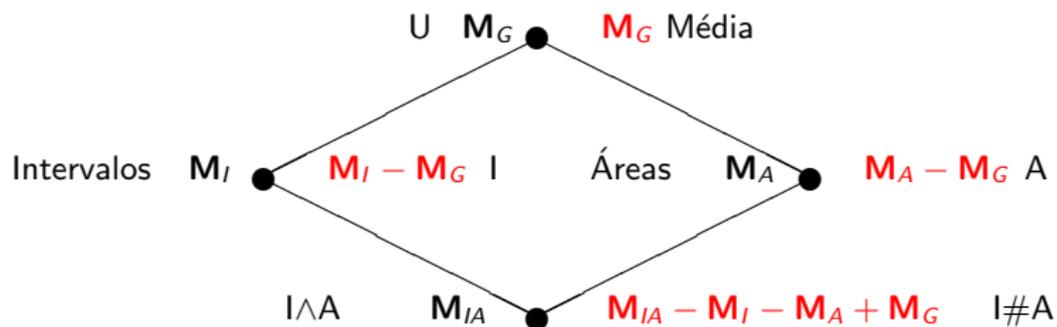
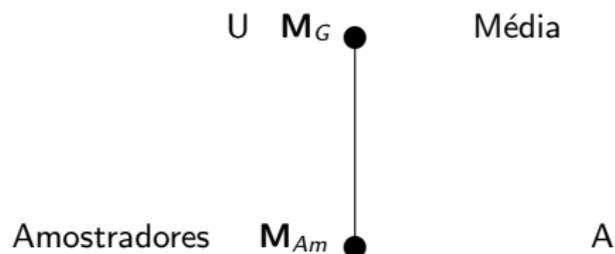


Figura: Obtenção das somas de quadrados utilizando-se diagramas de Hasse (fatores *unrandomized*)

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)



**Figura:** Obtenção das somas de quadrados utilizando-se diagramas de Hasse (fator *randomized*)

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

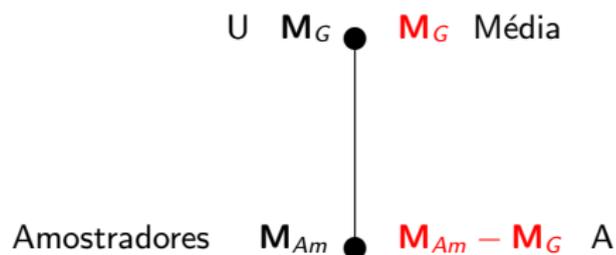


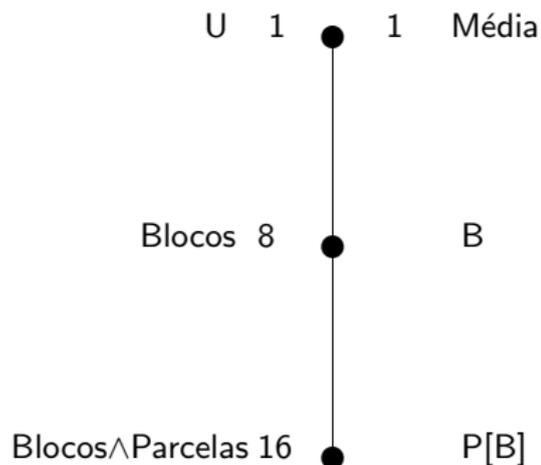
Figura: Obtenção das somas de quadrados utilizando-se diagramas de Hasse (fator *randomized*)

$$\begin{aligned}
 \text{SQ Intervalos} &= \mathbf{Y}'\mathbf{Q}_I\mathbf{Y} \\
 \text{SQ Áreas} &= \mathbf{Y}'\mathbf{Q}_A\mathbf{Y} \\
 \text{SQ Intervalos\#Áreas} &= \mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{IA}\mathbf{Y} \\
 \text{SQ Amostradores} &= \mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Am}\mathbf{Y}
 \end{aligned}$$

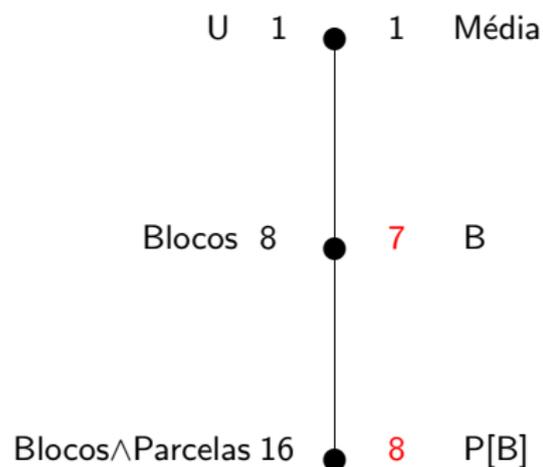
em que,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Q}_I &= \mathbf{M}_I - \mathbf{M}_G \\
 \mathbf{Q}_A &= \mathbf{M}_A - \mathbf{M}_G \\
 \mathbf{Q}_{IA} &= \mathbf{M}_{IA} - \mathbf{M}_I - \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_G \\
 \mathbf{Q}_{Am} &= \mathbf{M}_{Am} - \mathbf{M}_G
 \end{aligned}$$

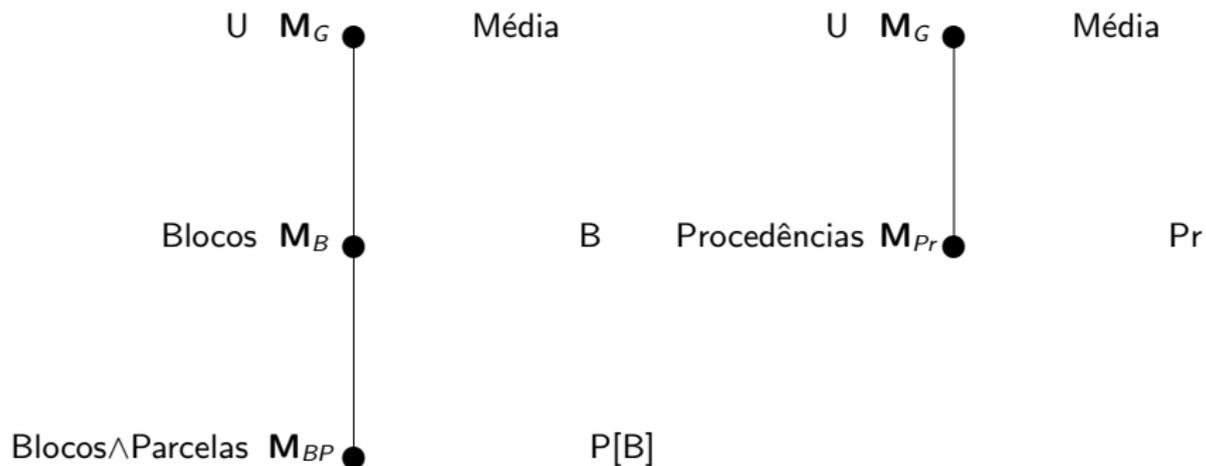
## Exemplo 2: DAP (Cont.)



## Exemplo 2: DAP (Cont.)



## Exemplo 2: DAP (Cont.)





## d) Quadro da análise de variância

**Regra 7:** O quadro da análise de variância é obtido conforme segue:

1. Listar todas as fontes *unrandomized* na coluna Fontes de Variação, e seus respectivos números de graus de liberdade na coluna gl, e as formas quadráticas na coluna SQ.
2. Alocar as fontes *randomized* sob as fontes *unrandomized* com as quais estas estão confundidas, juntamente com os números de graus de liberdade e, se o delineamento for ortogonal, suas formas quadráticas.
3. Adicionar fontes Residuais às porções restantes das fontes *unrandomized*, seus números de graus de liberdade e somas de quadrados são obtidos por diferença. Para experimentos ortogonais, a matriz núcleo da forma quadrática Residual é a diferença das matrizes núcleo das formas quadráticas a partir das quais é calculada.

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Fontes de Variação	gl	SQ
Blocos	7	$\mathbf{Y'Q_B Y}$
Parcelas[Blocos]	8	$\mathbf{Y'Q_{BP} Y}$

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Fontes de Variação	gl	SQ
Blocos	7	$Y'Q_B Y$
Parcelas[Blocos]	8	$Y'Q_{BP} Y$
Procedências	1	$Y'Q_{Pr} Y$
Resíduo	7	$Y'Q_{Res} Y$

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Fontes de Variação	gl	SQ
Blocos	7	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_B\mathbf{Y}$
Parcelas[Blocos]	8	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{BP}\mathbf{Y}$
Procedências	1	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Pr}\mathbf{Y}$
Resíduo	7	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$

$$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y} = \mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{BP}\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Pr}\mathbf{Y} = \mathbf{Y}'(\mathbf{Q}_{BP} - \mathbf{Q}_{Pr})\mathbf{Y}$$

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

Fontes de Variação	gl	SQ
Intervalos	3	$Y'Q_I Y$
Áreas	3	$Y'Q_A Y$
Intervalos#Áreas	9	$Y'Q_{IA} Y$

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

Fontes de Variação	gl	SQ
Intervalos	3	$Y'Q_I Y$
Áreas	3	$Y'Q_A Y$
Intervalos#Áreas	9	$Y'Q_{IA} Y$
Amostradores	3	$Y'Q_{Am} Y$
Resíduo	6	$Y'Q_{Res} Y$

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

Fontes de Variação	gl	SQ
Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_I\mathbf{Y}$
Áreas	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_A\mathbf{Y}$
Intervalos#Áreas	9	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{IA}\mathbf{Y}$
Amostradores	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Am}\mathbf{Y}$
Resíduo	6	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$

$$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y} = \mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{IA}\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Am}\mathbf{Y} = \mathbf{Y}'(\mathbf{Q}_{IA} - \mathbf{Q}_{Am})\mathbf{Y}$$

## f) Modelos de esperança e variância

**Regra 8:** Para se obterem os modelos de esperança e variância, deve-se:

1. Designar cada fator original como fixo ou aleatório;
2. Determinar se um fator generalizado é, potencialmente, de esperança ou variação.
  - ▶ Se um fator generalizado envolve somente fatores de efeito fixo, então este é um termo potencial de esperança;
  - ▶ Se pelo menos um fator no fator generalizado for de efeito aleatório, será um termo de variação.
  - ▶ O termo, consistindo de todos os fatores não casualizados, é designado como aleatório.

## f) Modelos de esperança e variância

### Regra 8 (Cont.):

3. O modelo de esperança maximal ( $\psi$ ) dá-se pela soma de todos os termos potenciais de esperança, exceto aqueles marginais a outro termo de esperança.
  - ▶ Caso não haja termo de esperança, tal modelo terá um único termo representando a média geral.
4. O modelo de variação maximal dá-se pela soma de todos os termos de variação.

## f) Modelos de esperança e variância

**Definição 10:** Um fator será designado como aleatório se seus níveis podem ser descritos por uma distribuição de probabilidade.

**Definição 11:** Um fator será designado como fixo, se seus níveis não podem ser descritos por uma distribuição de probabilidade.

## f) Modelos de esperança e variância

Na prática:

- ▶ Será aleatório se:
  1. grande número de níveis da população
  2. comportamento aleatório
- ▶ Será fixo se:
  1. número pequeno ou grande de níveis da população
  2. comportamento sistemático ou não aleatório

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

O modelo maximal usual:

$$y_{ij} = \mu + \beta_j + \tau_i + \epsilon_{ij},$$

tal que, o modelo é aditivo.

Assim,

$$E[Y_{ij}] = \mu + \beta_j + \tau_i, \quad V[Y_{ij}] = \sigma_{BP}^2 \quad \text{e}$$

$$\text{cov}[Y_{ij}, Y_{i'j'}] = 0 \quad j \neq j' \text{ ou } i \neq i'.$$

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Matricialmente,

$$\boldsymbol{\Psi} = E[\mathbf{Y}] = \mathbf{X}_G \boldsymbol{\mu} + \mathbf{X}_B \boldsymbol{\beta} + \mathbf{X}_{Pr} \boldsymbol{\tau} \quad \text{e} \quad \text{var}[\mathbf{Y}] = \sigma_{BP}^2 \mathbf{I}_{16}.$$

Simbolicamente,

$$\psi = E[Y] = \text{Bloco} + \text{Procedências} \quad \text{e} \quad V[Y] = \text{Blocos} \wedge \text{Parcelas}.$$

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Modelo alternativo:

$$E[Y_{ij}] = \mu + \tau_i, \quad V[Y_{ij}] = \sigma_{BP}^2 + \sigma_B^2 \quad \text{e}$$

$$\text{cov}[Y_{ij}, Y_{i'j}] = \sigma_B^2 \quad i \neq i', \text{ e } \text{cov}[Y_{ij}, Y_{i'j'}] = 0, j \neq j'.$$

Matricialmente,

$$\boldsymbol{\Psi} = E[\mathbf{Y}] = \mathbf{X}_G \boldsymbol{\mu} + \mathbf{X}_{Pr} \boldsymbol{\tau} \quad \text{e} \quad \text{var}[\mathbf{Y}] = \sigma_{BP}^2 \mathbf{I}_{16} + \sigma_B^2 (\mathbf{I}_8 \otimes \mathbf{J}_2).$$

Ainda,

$$\psi = E[Y] = \text{Procedências} \quad \text{e} \quad V[Y] = \text{Blocos} + \text{Blocos} \wedge \text{Parcelas}.$$

## g) Esperança dos quadrados médios

**Regra 9:** Os passos para a construção das esperanças dos quadrados médios, para um experimento ortogonal, são:

1. Para cada fórmula estrutural, no diagrama de Hasse para os fatores generalizados,
  - ▶ se  $F$  é um termo no modelo de variação: substituir o número de níveis  $f$ , por  $(n/f)\sigma_F^2$ , em que  $n$  é o número de unidades experimentais;
  - ▶ se  $F$  é um termo no modelo de esperança: substituir o número de níveis  $f$ , por  $q_F(\Psi)$ .

Do lado direito de cada fator generalizado, informar sua contribuição para a esperança do quadrado médio, incluindo a expressão à esquerda de  $F$  e à esquerda de todo fator generalizado para o qual  $F$  é marginal.

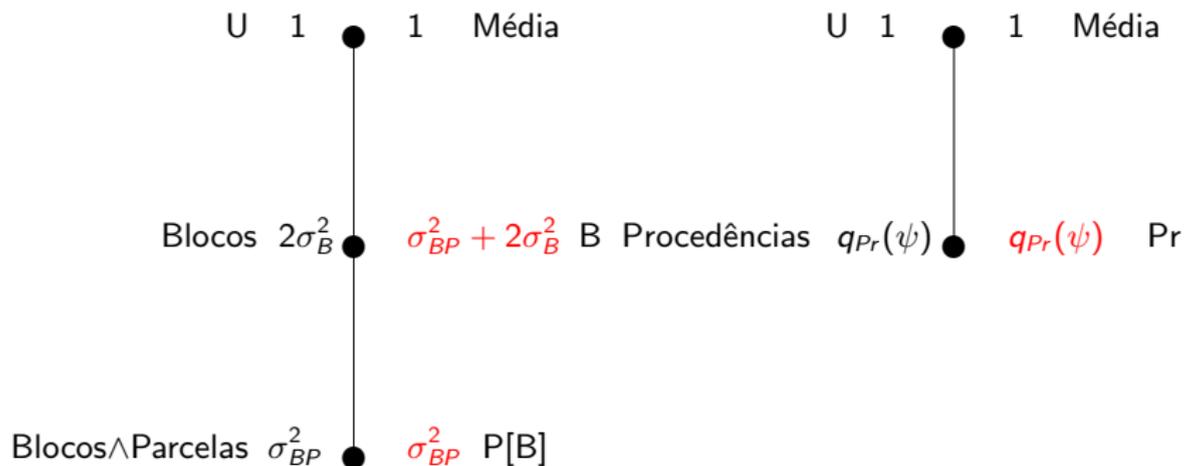
O procedimento é realizado de baixo para cima.

## g) Esperança dos quadrados médios

2. Adicionar as contribuições dos fatores *unrandomized*, calculadas no diagrama de Hasse, às esperanças dos quadrados médios, na tabela de análise da variância, colocando cada contribuição referente à sua fonte na tabela, a menos que a fonte tenha sido subdividida. Nesse caso, colocar tal contribuição em cada partição.
3. Repetir o passo 2. para a outra fórmula estrutural, adicionando as contribuições àquelas que já estão na tabela. Caso o fator ocorra mais de uma vez no diagrama de Hasse, sua contribuição será adicionada apenas uma vez na tabela.



## Exemplo 2: DAP (Cont.)



## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Quadro da análise de variância:

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Blocos	7	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_B\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2 + 2\sigma_B^2$
Parcelas[Blocos]	8	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{BP}\mathbf{Y}$	
Procedências	1	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Pr}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2$
Resíduo	7	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2$

## Exemplo 2: DAP (Cont.)

Quadro da análise de variância:

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Blocos	7	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_B\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2 + 2\sigma_B^2$
Parcelas[Blocos]	8	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{BP}\mathbf{Y}$	
Procedências	1	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Pr}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2 + q_{Pr}(\psi)$
Resíduo	7	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2$

$$q_{Pr}(\psi) = \frac{\Psi'\mathbf{Q}_{Pr}\Psi}{g|_{Pr}} = \frac{8}{2-1} \sum_{i=1}^2 (\tau_i - \bar{\tau})^2.$$

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \epsilon_{ijk},$$

$$\beta_j \sim N(0, \sigma_A^2); \quad \gamma_k \sim N(0, \sigma_{Am}^2); \quad \epsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma_{IA}^2)$$

Considerando-se os fatores Áreas e Amostradores como aleatórios e o fator Intervalos como fixo, temos:

- ▶ Modelo maximal de esperança e variação

$$\Psi = E[Y] = \text{Intervalos}$$

$$\text{var}[Y] = \text{Áreas} + \text{Intervalos} \wedge \text{Áreas} + \text{Amostradores.}$$

$$\text{var}[Y_{ijk}] = \sigma_A^2 + \sigma_{IA}^2 + \sigma_{Am}^2$$

## Exemplo 4: Brotos de trigo - Continuação

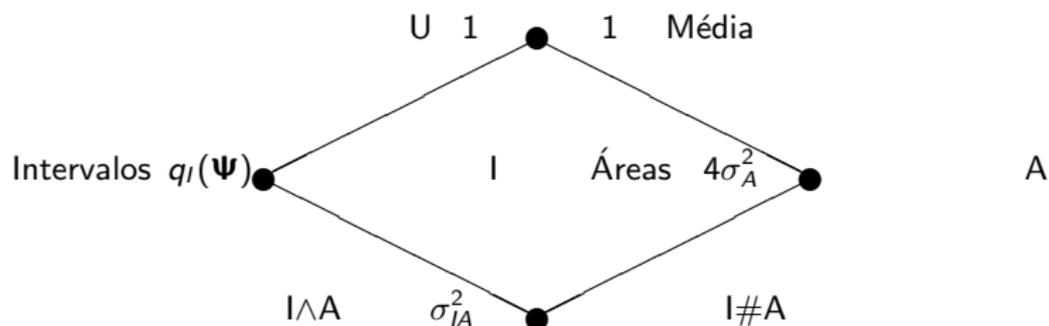
Considerando-se os fatores Áreas e Amostradores como aleatórios e o fator Intervalos como fixo, temos:

- ▶ Esperança dos Quadrados Médios

## Exemplo 4: Brotos de trigo - Continuação

Considerando-se os fatores Áreas e Amostradores como aleatórios e o fator Intervalos como fixo, temos:

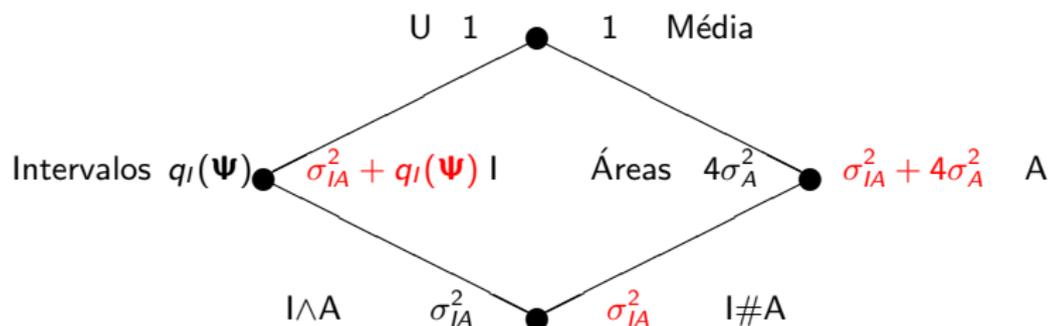
- ▶ Esperança dos Quadrados Médios



## Exemplo 4: Brotos de trigo - Continuação

Considerando-se os fatores Áreas e Amostradores como aleatórios e o fator Intervalos como fixo, temos:

- ▶ Esperança dos Quadrados Médios



## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

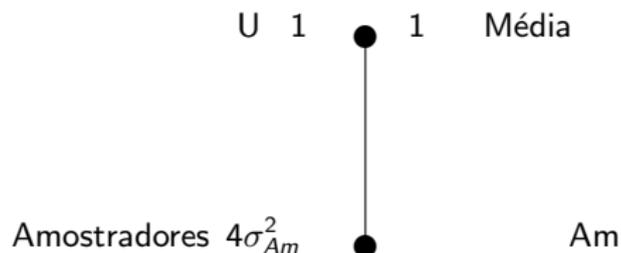
Considerando-se os fatores Áreas e Amostradores como aleatórios e o fator Intervalos como fixo, temos:

- ▶ Esperança dos Quadrados Médios

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

Considerando-se os fatores Áreas e Amostradores como aleatórios e o fator Intervalos como fixo, temos:

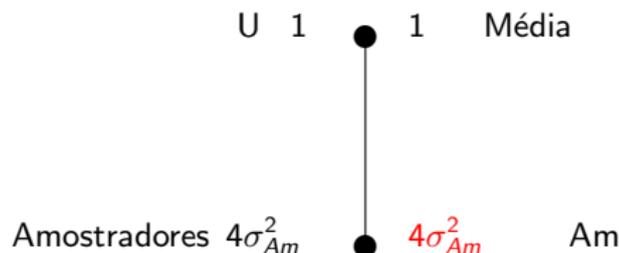
- ▶ Esperança dos Quadrados Médios



## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

Considerando-se os fatores Áreas e Amostradores como aleatórios e o fator Intervalos como fixo, temos:

- ▶ Esperança dos Quadrados Médios



## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

## ► Quadro da ANOVA

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_I\mathbf{Y}$	$\sigma_{IA}^2 + q_I(\Psi)$
Áreas	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_A\mathbf{Y}$	$\sigma_{IA}^2 + 4\sigma_A^2$
Intervalos#Áreas	9	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{IA}\mathbf{Y}$	
Amostradores	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Am}\mathbf{Y}$	$\sigma_{IA}^2$
Resíduo	6	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$	$\sigma_{IA}^2$

## Exemplo 4: Brotos de trigo (Cont.)

## ► Quadro da ANOVA

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_I\mathbf{Y}$	$\sigma_{IA}^2 + q_I(\Psi)$
Áreas	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_A\mathbf{Y}$	$\sigma_{IA}^2 + 4\sigma_A^2$
Intervalos#Áreas	9	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{IA}\mathbf{Y}$	
Amostradores	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Am}\mathbf{Y}$	$\sigma_{IA}^2 + 4\sigma_{Am}^2$
Resíduo	6	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$	$\sigma_{IA}^2$

## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

Suponha que foi realizada uma repetição completa do experimento apresentado no exemplo 4. Nesse caso, considere que o experimento foi realizado em dois dias consecutivos, com os mesmos intervalos de tempo, as mesmas áreas e a mesma casualização.

Áreas	Ocasões							
	1				2			
Intervalos	1	2	3	4	1	2	3	4
I	A	B	D	C	A	B	D	C
II	D	C	A	B	D	C	A	B
III	B	D	C	A	B	D	C	A
IV	C	A	B	D	C	A	B	D

## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

- a) Descrição das características pertinentes do estudo
- ▶ unidade observacional:
  - ▶ variável resposta:
  - ▶ fatores *unrandomized*:
  - ▶ fatores *randomized*:
  - ▶ tipo de estudo:

## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

### a) Descrição das características pertinentes do estudo

- ▶ unidade observacional: Uma área em um intervalo em uma ocasião
- ▶ variável resposta: Diferença
- ▶ fatores *unrandomized*: Ocasões, Intervalos e Áreas
- ▶ fatores *randomized*: Amostradores
- ▶ tipo de estudo: Série de Quadrados Latinos

## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

### b) Estrutura Experimental

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	
<i>randomized</i>	

## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

### b) Estrutura Experimental

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	2 Ocasões * 4 Intervalos * 4 Áreas
<i>randomized</i>	4 Amostradores

## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

c) Fontes obtidas a partir da fórmula estrutural

## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

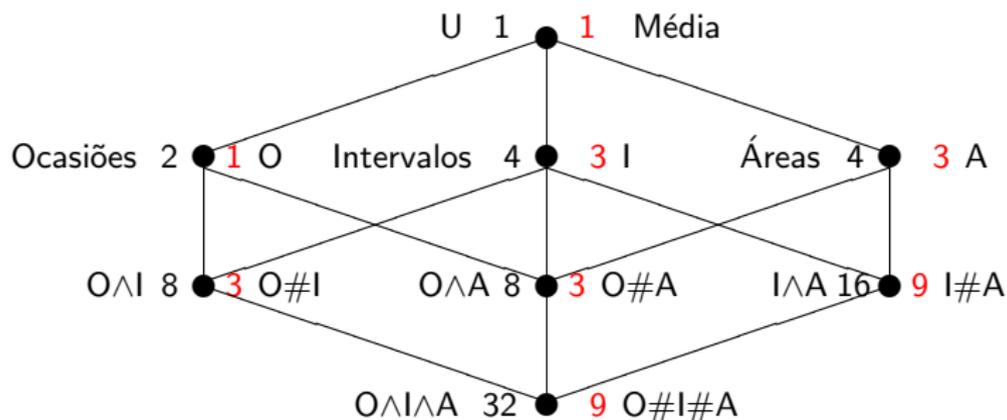
c) Fontes obtidas a partir da fórmula estrutural

$$\begin{aligned}
 \text{Ocasões} * \text{Intervalos} * \text{Áreas} &= \text{Ocasões} + \text{Intervalos} + \text{Áreas} + \\
 &+ \text{Ocasões}\#\text{Intervalos} + \\
 &+ \text{Ocasões}\#\text{Áreas} + \\
 &+ \text{Intervalos}\#\text{Áreas} + \\
 &+ \text{Ocasões}\#\text{Intervalos}\#\text{Áreas}
 \end{aligned}$$

$$\text{Amostradores} = \text{Amostradores}$$

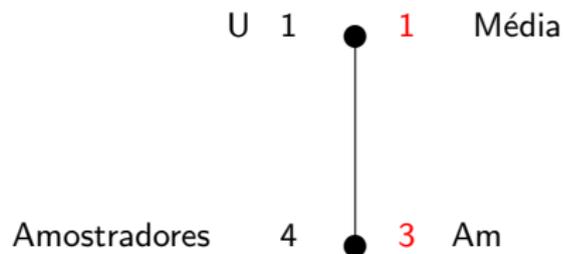
## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



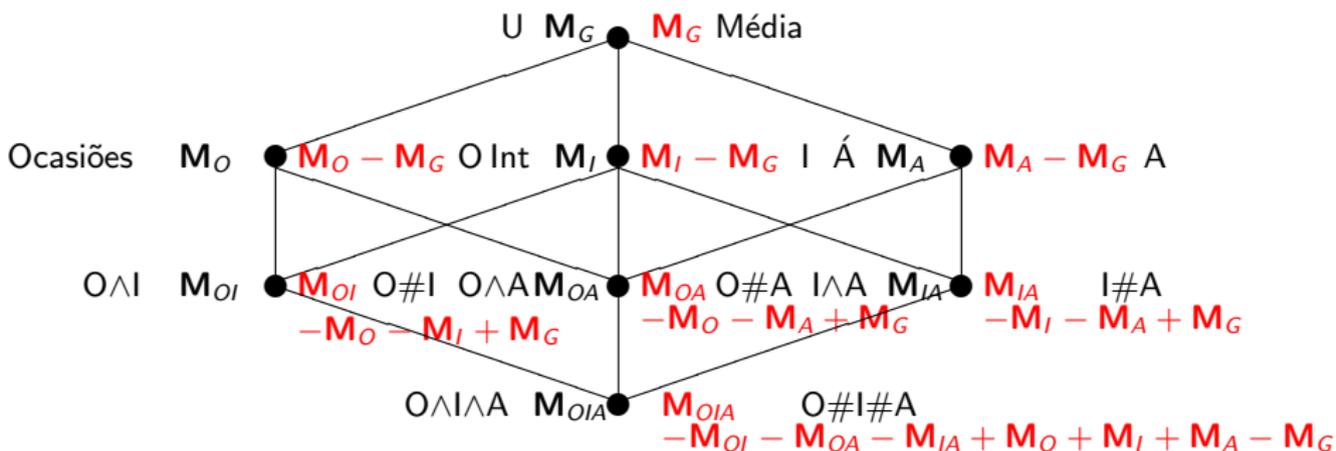
## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



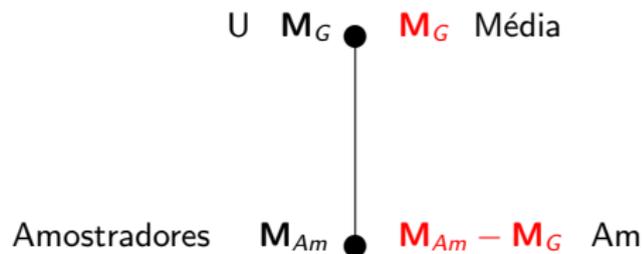
## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

f) Modelos maximais de esperança e variância

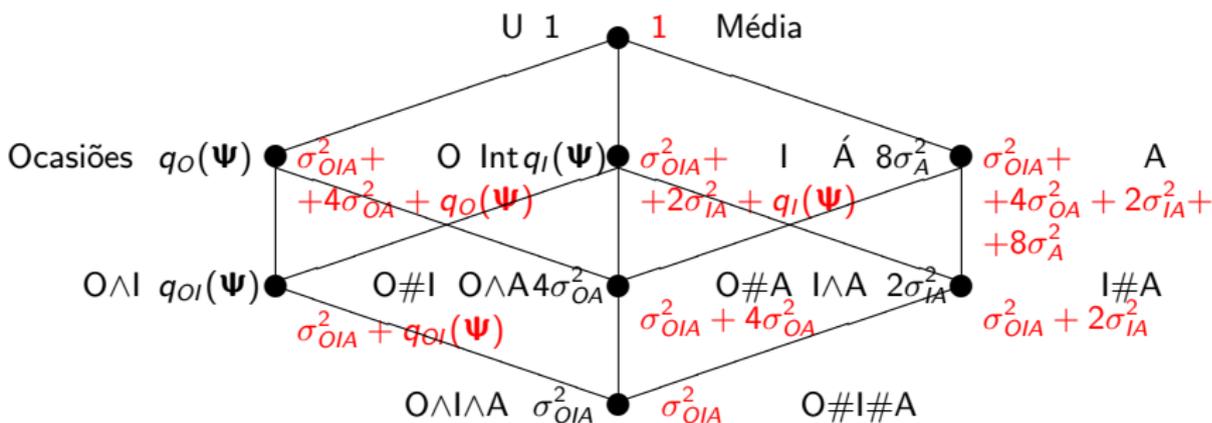
Quais fatores são fixos e quais fatores são aleatórios?

$$E[Y] = \text{Ocasões} \wedge \text{Intervalos}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[Y] = & \text{Áreas} + \text{Amostradores} + \text{Ocasões} \wedge \text{Áreas} + \\ & + \text{Intervalos} \wedge \text{Áreas} + \text{Ocasões} \wedge \text{Intervalos} \wedge \text{Áreas} \end{aligned}$$

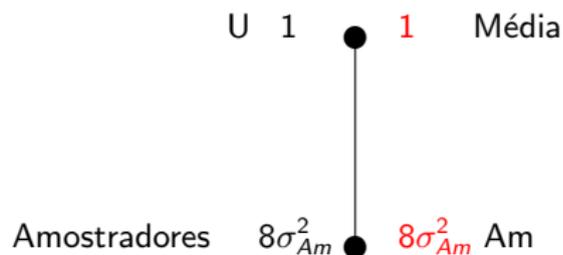
## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

g) Esperança dos quadrados médios



## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

g) Esperança dos quadrados médios



## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

## Quadro da análise de variância

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Ocasões	1	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_O\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 4\sigma_{OA}^2 + q_O(\Psi)$
Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_I\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 2\sigma_{IA}^2 + q_I(\Psi)$
Áreas	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_A\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 4\sigma_{OA}^2 + 2\sigma_{IA}^2 + 8\sigma_A^2$
Ocasões#Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OI}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + q_{OI}(\Psi)$
Ocasões#Áreas	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OA}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 4\sigma_{OA}^2$
Intervalos#Áreas	9	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{IA}\mathbf{Y}$	
Amostradores	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Am}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 2\sigma_{IA}^2$
Resíduo	6	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 2\sigma_{IA}^2$
Oc#Int#Áreas	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OIA}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2$

## Exemplo 8: Série de QL - Caso 1

## Quadro da análise de variância

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Ocasões	1	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_O\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 4\sigma_{OA}^2 + q_O(\Psi)$
Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_I\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 2\sigma_{IA}^2 + q_I(\Psi)$
Áreas	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_A\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 4\sigma_{OA}^2 + 2\sigma_{IA}^2 + 8\sigma_A^2$
Ocasões#Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OI}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + q_{OI}(\Psi)$
Ocasões#Áreas	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OA}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 4\sigma_{OA}^2$
Intervalos#Áreas	9	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{IA}\mathbf{Y}$	
Amostradores	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Am}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 2\sigma_{IA}^2 + 8\sigma_{Am}^2$
Resíduo	6	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2 + 2\sigma_{IA}^2$
Oc#Int#Áreas	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OIA}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OIA}^2$

## Exemplo 9: Repetição de um QL - Caso 2

Suponha que foi realizada uma repetição completa do experimento apresentado no exemplo 4. Agora, porém, considere que o experimento foi realizado com os mesmos intervalos de tempo e diferentes áreas.

Áreas	Ocasões							
	1				2			
Intervalos	1	2	3	4	1	2	3	4
I	D	A	C	B	C	B	A	D
II	B	C	D	A	D	A	C	B
III	C	B	A	D	A	D	B	C
IV	A	D	B	C	B	C	D	A

## Exemplo 9: Repetição de um QL - Caso 2

- a) Descrição das características pertinentes do estudo
- ▶ unidade observacional:
  - ▶ variável resposta:
  - ▶ fatores *unrandomized*:
  - ▶ fatores *randomized*:
  - ▶ tipo de estudo:

## Exemplo 9: Repetição de um QL - Caso 2

- a) Descrição das características pertinentes do estudo
- ▶ unidade observacional: Uma área em um intervalo
  - ▶ variável resposta: Diferença
  - ▶ fatores *unrandomized*: Ocasões, Intervalos e Áreas
  - ▶ fatores *randomized*: Amostradores
  - ▶ tipo de estudo: Série de Quadrados Latinos

## Exemplo 9: Repetição de um QL - Caso 2

### b) Estrutura Experimental

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	
<i>randomized</i>	

## Exemplo 9: Repetição de um QL - Caso 2

### b) Estrutura Experimental

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	(2 Ocasões/4 Áreas) * 4 Intervalos
<i>randomized</i>	4 Amostradores

## Exemplo 9: Repetição de um QL - Caso 2

- c) Fontes obtidas a partir da fórmula estrutural

## Exemplo 9: Repetição de um QL - Caso 2

c) Fontes obtidas a partir da fórmula estrutural

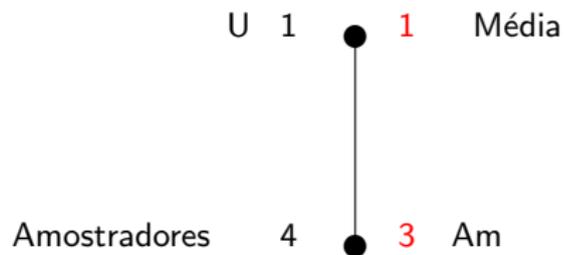
$$\begin{aligned}(\text{Ocasões}/\text{Áreas}) * \text{Intervalos} &= \text{Ocasões} + \text{Áreas}[\text{Ocasões}] + \\ &+ \text{Intervalos} + \\ &+ \text{Ocasões}\#\text{Intervalos} + \\ &+ \text{Intervalos}\#\text{Áreas}[\text{Ocasões}]\end{aligned}$$

$$\text{Amostradores} = \text{Amostradores}$$



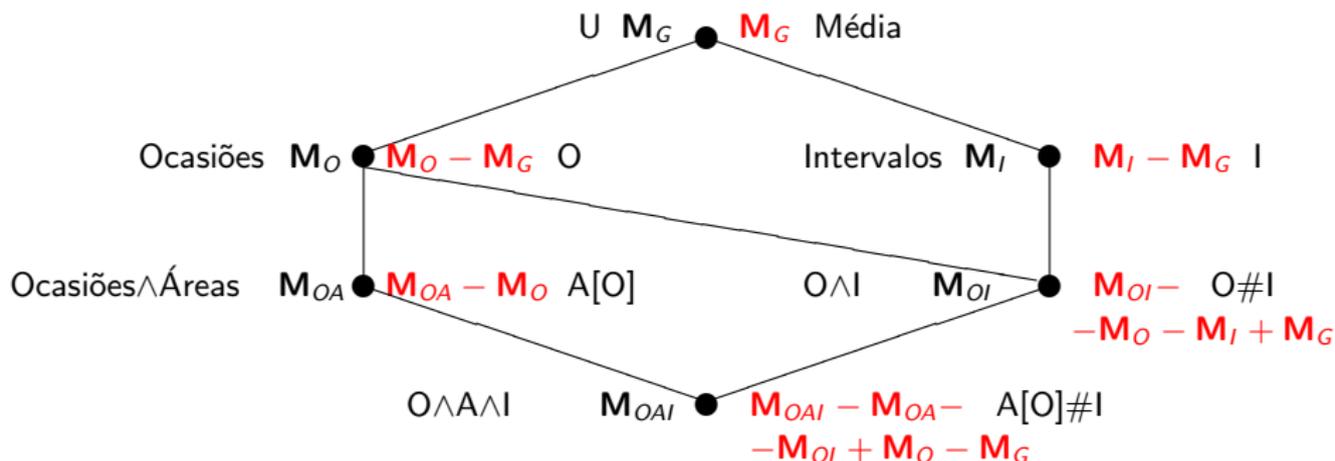
## Exemplo 9: Série de QL - Caso 2

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



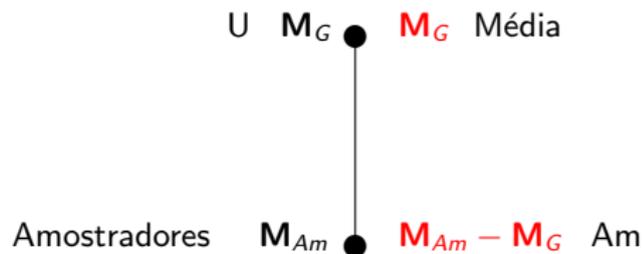
## Exemplo 9: Série de QL - Caso 2

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



## Exemplo 9: Série de QL - Caso 2

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



## Exemplo 9: Série de QL - Caso 2

f) Modelos maximais de esperança e variância

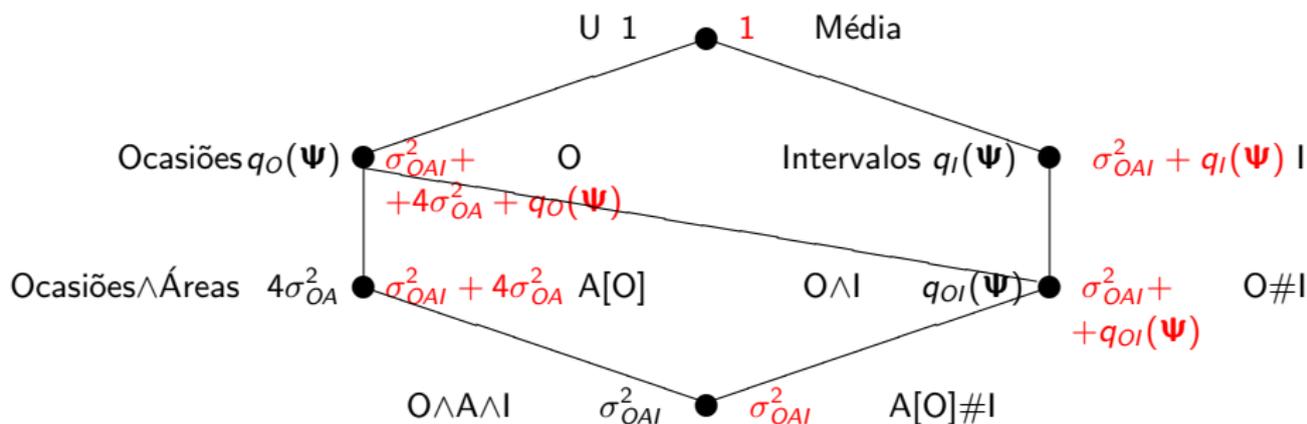
Quais fatores são fixos e quais fatores são aleatórios?

$$E[Y] = \text{Ocasões} \wedge \text{Intervalos}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[Y] = & \text{Ocasões} \wedge \text{Áreas} + \text{Amostradores} + \\ & + \text{Ocasões} \wedge \text{Intervalos} \wedge \text{Áreas} \end{aligned}$$

## Exemplo 9: Série de QL - Caso 2

g) Esperança dos quadrados médios





## Exemplo 9: Série de QL - Caso 2

## Quadro da análise de variância

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Ocasões	1	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_O\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2 + 4\sigma_{OA}^2 + q_O(\boldsymbol{\Psi})$
Áreas[Ocasões]	6	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OA}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2 + 4\sigma_{OA}^2$
Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_I\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2 + q_I(\boldsymbol{\Psi})$
Ocasões#Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OI}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2 + q_{OI}(\boldsymbol{\Psi})$
Áreas[Ocasões]#Intervalos	18	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OIA}\mathbf{Y}$	
Amostradores	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Am}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2$
Resíduo	15	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2$

## Exemplo 9: Série de QL - Caso 2

## Quadro da análise de variância

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Ocasões	1	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_O\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2 + 4\sigma_{OA}^2 + q_O(\Psi)$
Áreas[Ocasões]	6	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OA}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2 + 4\sigma_{OA}^2$
Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_I\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2 + q_I(\Psi)$
Ocasões#Intervalos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OI}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2 + q_{OI}(\Psi)$
Áreas[Ocasões]#Intervalos	18	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{OIA}\mathbf{Y}$	
Amostradores	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Am}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2 + 8\sigma_{Am}^2$
Resíduo	15	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$	$\sigma_{OAI}^2$

## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

Um experimento foi conduzido para avaliar a sobrevivência da *Salmonella typhimurium* sob três diferentes níveis de ácido sórbico e seis níveis de atividade de água. Foi utilizado um delineamento casualizado em blocos, com três blocos de 18 placas. Os dados analisados são o  $\log(\text{densidade/ml})$  medido sete dias após a aplicação dos tratamentos.

## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

Os dados são apresentados a seguir:

Ácido	Atividade	Bloco		
		I	II	III
0	0.98	3604,72	4315,64	4146,42
	0.94	772,78	812,41	518,01
	0.90	354,25	395,44	464,05
	0.86	157,59	210,61	149,90
	0.82	127,74	74,44	91,84
	0.78	74,44	76,71	66,69
100	0.98	2079,74	2416,32	1978,31
	0.94	678,58	487,85	671,83
	0.90	149,90	196,37	323,76
	0.86	127,74	141,17	72,97
	0.82	72,97	83,93	65,37
	0.78	62,18	80,64	65,37
200	0.98	1261,43	1012,32	1326,10
	0.94	561,16	482,99	620,17
	0.90	181,27	164,02	228,15
	0.86	82,27	81,45	120,30
	0.82	70,81	71,52	79,04
	0.78	138,38	61,56	63,43

## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

- a) Descrição das características pertinentes do estudo
- ▶ unidade observacional:
  - ▶ variável resposta:
  - ▶ fatores *unrandomized*:
  - ▶ fatores *randomized*:
  - ▶ tipo de estudo:

## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

### a) Descrição das características pertinentes do estudo

- ▶ unidade observacional: **Uma placa**
- ▶ variável resposta: **Densidade**
- ▶ fatores *unrandomized*: **Blocos e Placas**
- ▶ fatores *randomized*: **Atividade e Ácido**
- ▶ tipo de estudo: **Experimento fatorial casualizado em blocos**

## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

### b) Estrutura Experimental

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	
<i>randomized</i>	

## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

### b) Estrutura Experimental

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	3 Blocos/18 Placas
<i>randomized</i>	3 Ácido * 6 Atividade

## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

c) Fontes obtidas a partir da fórmula estrutural

## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

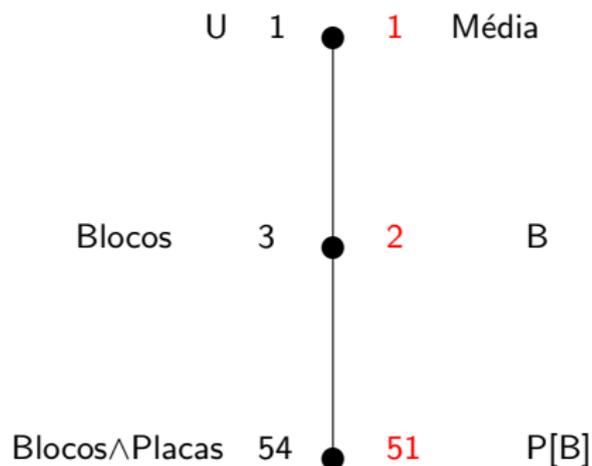
c) Fontes obtidas a partir da fórmula estrutural

$$\text{Blocos/Placas} = \text{Blocos} + \text{Placas}[\text{Blocos}]$$

$$\begin{aligned} \text{Ácido} * \text{Atividade} &= \text{Ácido} + \text{Atividade} + \\ &+ \text{Ácido}\#\text{Atividade} \end{aligned}$$

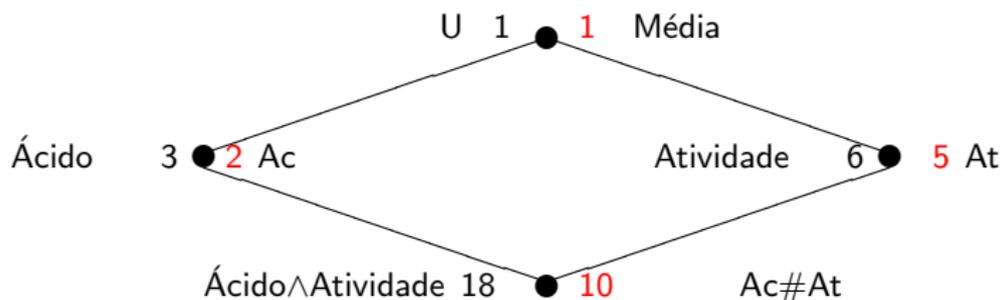
## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



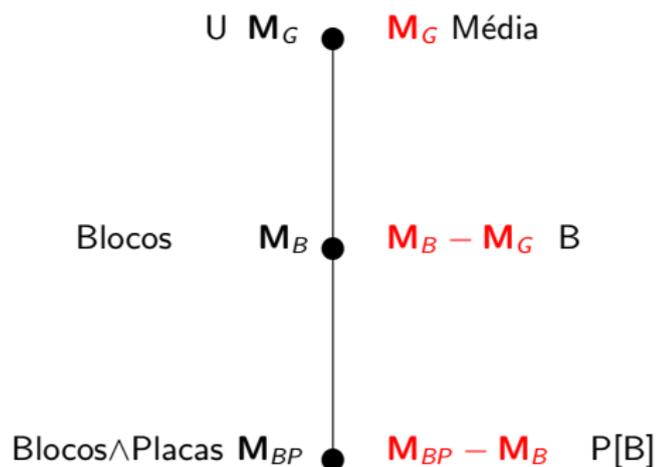
## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



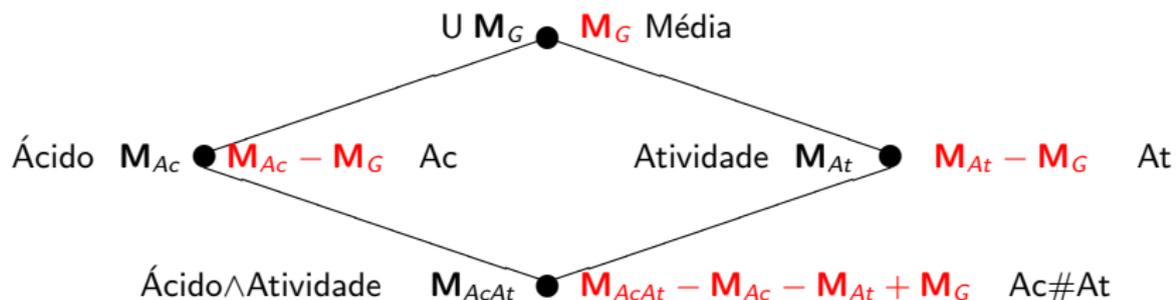
## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

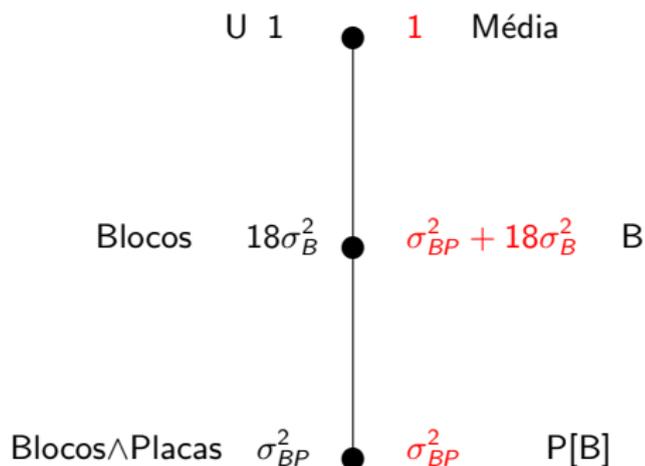
- f) Modelos maximais de esperança e variância  
Quais fatores são fixos e quais fatores são aleatórios?

$$E[Y] = \text{Ácido} \wedge \text{Atividade}$$

$$\text{Var}[Y] = \text{Blocos} + \text{Blocos} \wedge \text{Placas}$$

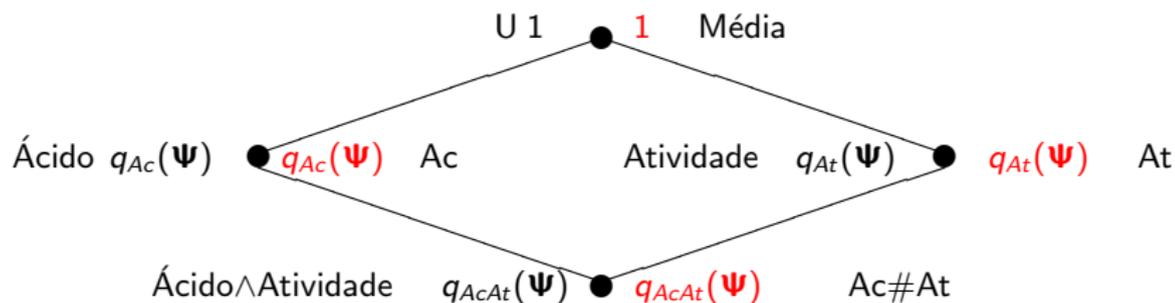
## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

g) Esperança dos quadrados médios



## Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

g) Esperança dos quadrados médios



Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

## Quadro da análise de variância

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Blocos	2	$Y'Q_B Y$	$\sigma_{BP}^2 + 18\sigma_B^2$
Placas[Blocos]	51	$Y'Q_{BP} Y$	
Ácido	2	$Y'Q_{Ac} Y$	$\sigma_{BP}^2$
Atividade	5	$Y'Q_{At} Y$	$\sigma_{BP}^2$
Ácido#Atividade	10	$Y'Q_{AcAt} Y$	$\sigma_{BP}^2$
Resíduo	34	$Y'Q_{Res} Y$	$\sigma_{BP}^2$

Exemplo 10: Sobrevivência da *Salmonella*

## Quadro da análise de variância

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Blocos	2	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_B\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2 + 18\sigma_B^2$
Placas[Blocos]	51	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{BP}\mathbf{Y}$	
Ácido	2	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Ac}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2 + q_{Ac}(\Psi)$
Atividade	5	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{At}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2 + q_{At}(\Psi)$
Ácido#Atividade	10	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{AcAt}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2 + q_{AtAc}(\Psi)$
Resíduo	34	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BP}^2$

## Exemplo 11: Azevém perene

Um experimento foi conduzido para investigar o efeito sobre a produção de matéria seca de três variedades de azevém perene (S23, NZ e Kent), que foram cultivadas em pastos com dois níveis de adubação. As variedades foram casualizadas a três parcelas em cada um dos quatro blocos usando um delineamento casualizado em blocos. As parcelas foram subdivididas para a aplicação dos fertilizantes (normal e extra) e os dois níveis de fertilizantes foram casualizados às subparcelas dentro de cada parcela.

## Exemplo 11: Azevém perene

Os dados são apresentados a seguir:

Bloco	Variedade	Fertilizante	Matéria seca	Bloco	Variedade	Fertilizante	Matéria seca
1	S23	Normal	247,0	3	S23	Normal	289,0
1	S23	Extra	299,0	3	S23	Extra	188,0
1	NZ	Normal	257,0	3	NZ	Normal	284,0
1	NZ	Extra	315,0	3	NZ	Extra	171,0
1	Kent	Normal	233,0	3	Kent	Normal	383,0
1	Kent	Extra	382,0	3	Kent	Extra	200,0
2	S23	Normal	175,0	4	S23	Normal	183,0
2	S23	Extra	247,0	4	S23	Extra	279,0
2	NZ	Normal	353,0	4	NZ	Normal	307,0
2	NZ	Extra	216,0	4	NZ	Extra	174,0
2	Kent	Normal	318,0	4	Kent	Normal	310,0
2	Kent	Extra	202,0	4	Kent	Extra	143,0

## Exemplo 11: Azevém perene

- a) Descrição das características pertinentes do estudo
- ▶ unidade observacional:
  - ▶ variável resposta:
  - ▶ fatores *unrandomized*:
  - ▶ fatores *randomized*:
  - ▶ tipo de estudo:

## Exemplo 11: Azevém perene

### a) Descrição das características pertinentes do estudo

- ▶ unidade observacional: **Uma subparcela**
- ▶ variável resposta: **Matéria seca**
- ▶ fatores *unrandomized*: **Blocos, Parcelas e Subparcelas**
- ▶ fatores *randomized*: **Variedades e Fertilizantes**
- ▶ tipo de estudo: **Experimento em parcelas subdivididas casualizado em blocos**

## Exemplo 11: Azevém perene

### b) Estrutura Experimental

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	
<i>randomized</i>	

## Exemplo 11: Azevém perene

### b) Estrutura Experimental

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	4 Blocos/3 Parcelas/ 2 Subparcelas
<i>randomized</i>	3 Variedades * 2 Fertilizantes

## Exemplo 11: Azevém perene

c) Fontes obtidas a partir da fórmula estrutural

## Exemplo 11: Azevém perene

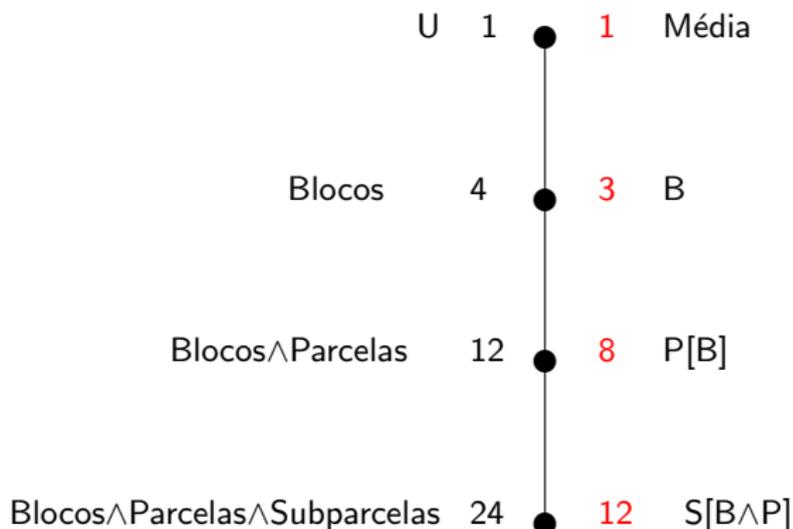
c) Fontes obtidas a partir da fórmula estrutural

$$\text{Blocos/Parcelas/Subparcelas} = \text{Blocos} + \text{Parcelas}[\text{Blocos}] + \\ + \text{Subparcelas}[\text{Blocos} \wedge \text{Parcelas}]$$

$$\text{Variedades} * \text{Fertilizantes} = \text{Variedades} + \text{Fertilizantes} + \\ + \text{Variedades} \# \text{Fertilizantes}$$

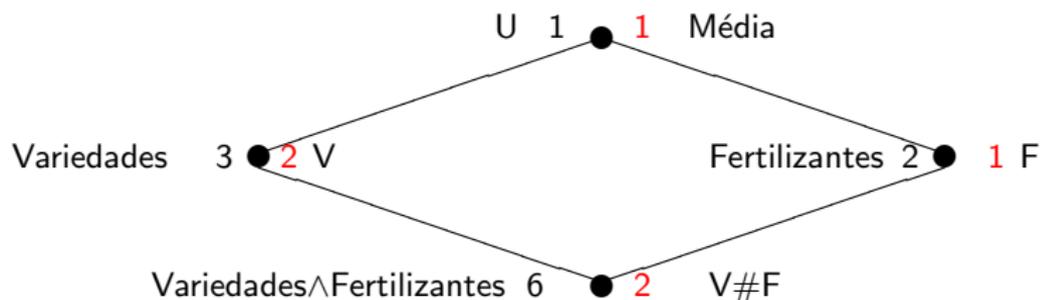
## Exemplo 11: Azevém perene

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



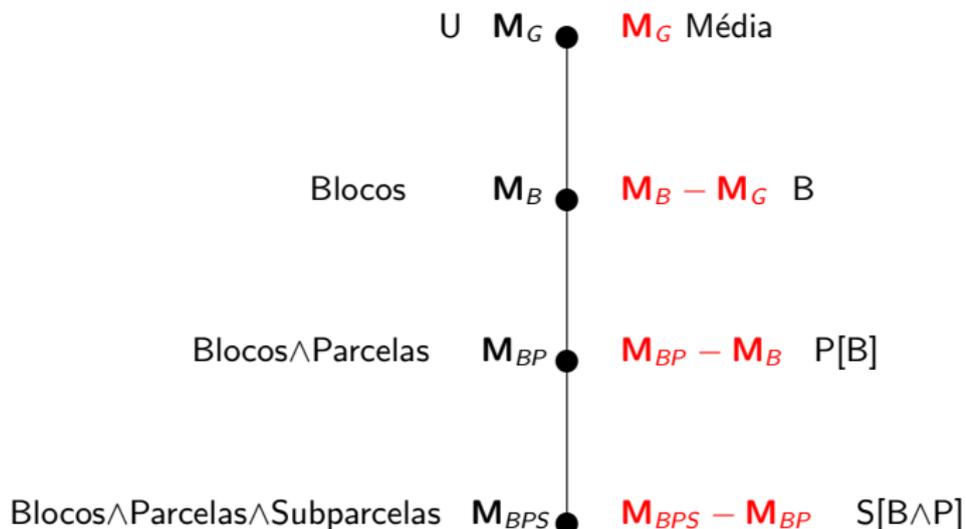
## Exemplo 11: Azevém perene

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



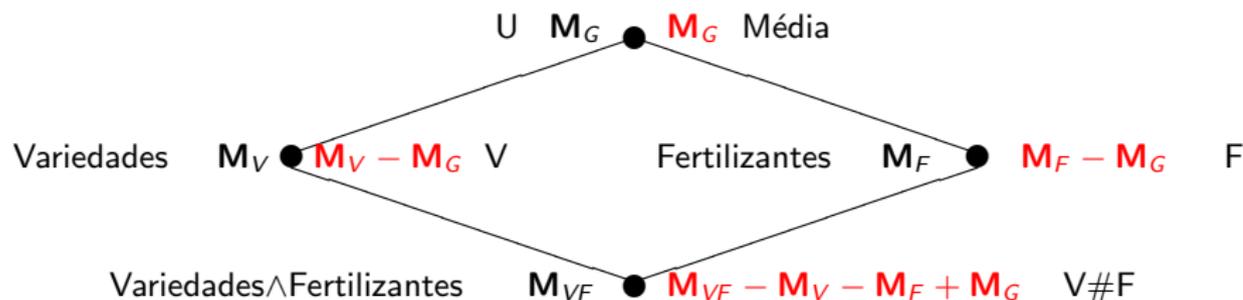
## Exemplo 11: Azevém perene

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



## Exemplo 11: Azevém perene

d) Número de graus de liberdade e somas de quadrados



## Exemplo 11: Azevém perene

f) Modelos maximais de esperança e variância

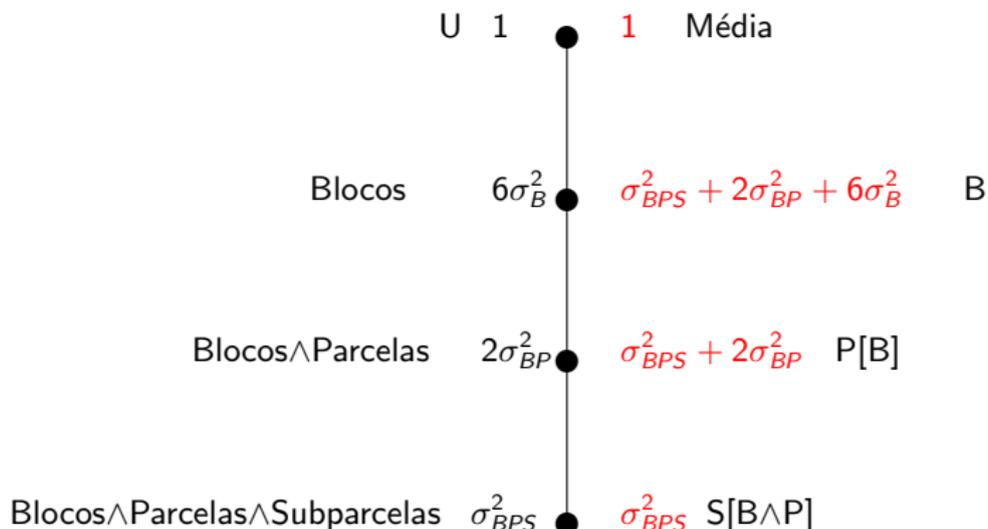
Quais fatores são fixos e quais fatores são aleatórios?

$$E[Y] = \text{Variedades} \wedge \text{Fertilizantes}$$

$$\text{Var}[Y] = \text{Blocos} + \text{Blocos} \wedge \text{Parcelas} + \text{Blocos} \wedge \text{Parcelas} \wedge \text{Subparcelas}$$

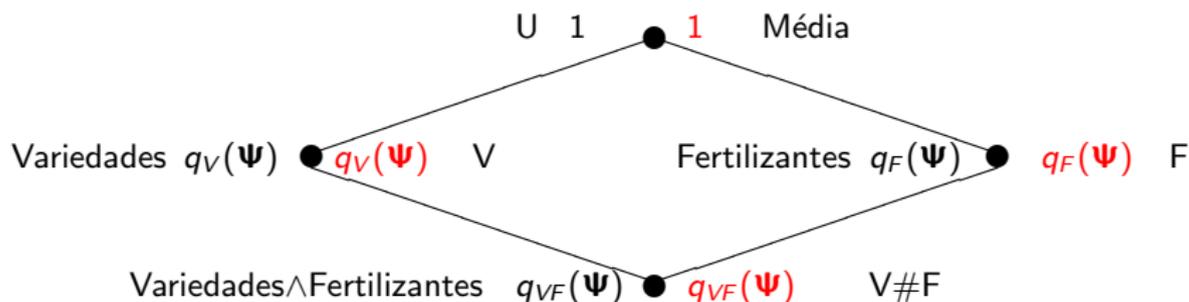
## Exemplo 11: Azevém perene

g) Esperança dos quadrados médios



## Exemplo 11: Azevém perene

g) Esperança dos quadrados médios



## Exemplo 11: Azevém perene

## Quadro da análise de variância

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Blocos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_B\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2 + 2\sigma_{BP}^2 + 6\sigma_B^2$
Parcelas[Blocos]	8	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{BP}\mathbf{Y}$	
Variedades	2	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_V\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2 + 2\sigma_{BP}^2$
Resíduo A	6	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res(a)}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2 + 2\sigma_{BP}^2$
Subparcelas[Blocos $\wedge$ Parcelas]	12	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{BPS}\mathbf{Y}$	
Fertilizantes	1	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_F\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2$
Variedades#Fertilizantes	2	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{VF}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2$
Resíduo B	9	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res(b)}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2$

## Exemplo 11: Azevém perene

## Quadro da análise de variância

Fontes de Variação	gl	SQ	E[QM]
Blocos	3	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_B\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2 + 2\sigma_{BP}^2 + 6\sigma_B^2$
Parcelas[Blocos]	8	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{BP}\mathbf{Y}$	
Variedades	2	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_V\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2 + 2\sigma_{BP}^2 + q_V(\Psi)$
Resíduo A	6	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res(a)}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2 + 2\sigma_{BP}^2$
Subparcelas[Blocos^Parcelas]	12	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{BPS}\mathbf{Y}$	
Fertilizantes	1	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_F\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2 + q_F(\Psi)$
Variedades#Fertilizantes	2	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{VF}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2 + q_{VF}(\Psi)$
Resíduo B	9	$\mathbf{Y}'\mathbf{Q}_{Res(b)}\mathbf{Y}$	$\sigma_{BPS}^2$

## Exemplo 12: Blocos Incompletos

Considere um experimento casualizado em blocos de acordo com o seguinte croqui:

Bloco 1

$T_2$
$T_1$
$T_3$

Bloco 2

$T_1$
$T_2$
$T_4$

Bloco 3

$T_4$
$T_3$
$T_1$

Bloco 4

$T_3$
$T_4$
$T_2$

## Exemplo 12: Blocos Incompletos

Fatores *unrandomized*: Blocos e Parcelas

Fatores *randomized*: Tratamentos

## Exemplo 12: Blocos Incompletos

Fatores *unrandomized*: Blocos e Parcelas

Fatores *randomized*: Tratamentos

Fórmula estrutural:

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	4 Blocos/ 3 Parcelas
<i>randomized</i>	4 Tratamentos

## Exemplo 12: Blocos Incompletos



## Exemplo 12: Blocos Incompletos

Fontes de Variação	g	E[QM]
Blocos	3	
Tratamentos	3	$\sigma_{BP}^2 + 3\sigma_B^2 + 1/9q_T(\Psi)$
Parcelas[Blocos]	8	
Tratamentos	3	$\sigma_{BP}^2 + 8/9q_T(\Psi)$
Resíduo	5	$\sigma_{BP}^2$

$$e_2 = \frac{t\lambda}{kr} = \frac{4 \times 2}{3 \times 3} = \frac{8}{9} \quad e_1 = 1 - e_2$$

## Exemplo 12: Blocos Incompletos

Generalizando,

- ▶  $b$  Blocos
- ▶  $k$  Parcelas por Bloco
- ▶  $t$  Tratamentos
- ▶  $\lambda$ : número de vezes que dois tratamentos ocorrem juntos
- ▶  $r = \frac{bk}{t}$ : número de repetições

## Exemplo 12: Blocos Incompletos

Fatores *unrandomized*: Blocos e Parcelas

Fatores *randomized*: Tratamentos

## Exemplo 12: Blocos Incompletos

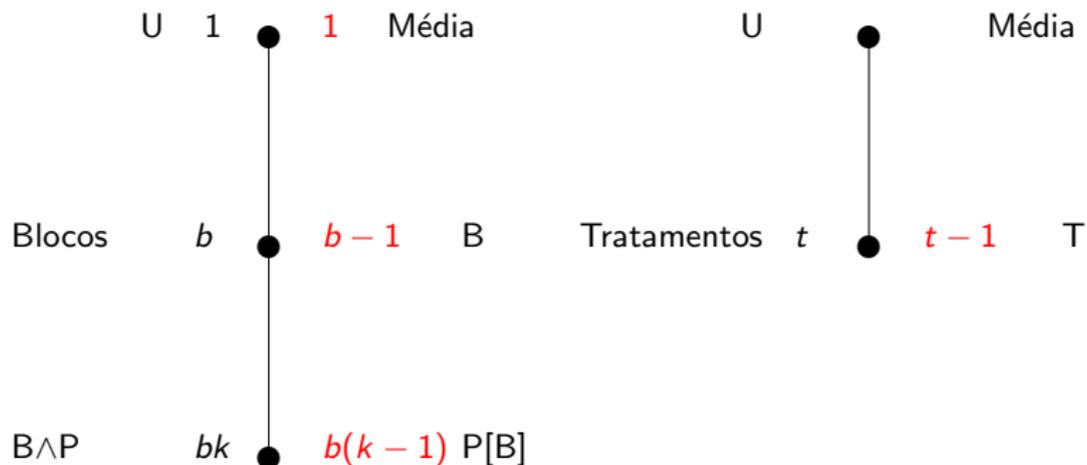
Fatores *unrandomized*: Blocos e Parcelas

Fatores *randomized*: Tratamentos

Fórmula estrutural:

Estrutura	Fórmula
<i>unrandomized</i>	$b$ Blocos/ $k$ Parcelas
<i>randomized</i>	$t$ Tratamentos

## Exemplo 12: Blocos Incompletos



## Exemplo 12: Blocos Incompletos

Fontes de Variação	gl	E[QM]
Blocos	$b - 1$	
Tratamentos	$t - 1$	$\sigma_{BP}^2 + k\sigma_B^2 + e_1 q_T(\Psi)$
Resíduo	$b - t$	$\sigma_{BP}^2 + k\sigma_B^2$
Parcelas[Blocos]	$b(k - 1)$	
Tratamentos	$t - 1$	$\sigma_{BP}^2 + e_2 q_T(\Psi)$
Resíduo	$b(k - 1) - (t - 1)$	$\sigma_{BP}^2$

## Códigos em R

### CRD

```
# Obtaining randomized layout for a CRD, using package dae
# same number of replicates for all the treatments
# set.seed(320) # a random value between 0 and 1023
require(dae)
b <- 4 # number of replicates
t <- 5 # number of treatments
n <- b*t #number of Plots
CRDPlot.unit <- list (Plot = n)
Treat <- factor(rep(c(1:t), each=b), labels=c("A","B","C","D","E"))
CRD.lay <- fac.layout(unrandomized = CRDPlot.unit,
                    randomized = Treat, seed=320)
CRD.lay # use the last two columns to give to the scientist
```

# Códigos em R

## CRD

.Units	.Permutation	Plot	Treat	
1	1	1	1	A
2	2	14	2	D
3	3	4	3	B
4	4	19	4	A
5	5	8	5	B
6	6	5	6	E
7	7	18	7	D
8	8	3	8	B
9	9	9	9	C
10	10	16	10	E
11	11	12	11	D
12	12	13	12	C
13	13	11	13	C
14	14	2	14	A
15	15	20	15	E
16	16	7	16	C
17	17	6	17	E
18	18	15	18	B
19	19	17	19	A
20	20	10	20	D

# Códigos em R

## CRBD

```
# Obtaining a layout for an RCBD in R
require(dae)
library(dae)
b <- 8
t <- 2
n <- b*t
RCBD.unit <- list (Block = b, Plot = t)
RCBD.nest <- list (Plot = "Block")
Treat <- factor(rep(c(1:t), times=b), labels=c("P","BS"))
data.frame(fac.gen(RCBD.unit), Treat) # basic systematic layout
RCBD.lay <- fac.layout(unrandomized = RCBD.unit,
                      nested.factors = RCBD.nest,
                      randomized = Treat, seed=311)
RCBD.lay #use the last three columns to give to the scientist
```

# Códigos em R

## CRBD

.Units	.Permutation	Block	Plot	Treat	
1	1	7	1	1	P
2	2	8	1	2	BS
3	3	10	2	1	BS
4	4	9	2	2	P
5	5	5	3	1	P
6	6	6	3	2	BS
7	7	16	4	1	P
8	8	15	4	2	BS
9	9	4	5	1	BS
10	10	3	5	2	P
11	11	12	6	1	BS
12	12	11	6	2	P
13	13	1	7	1	P
14	14	2	7	2	BS
15	15	13	8	1	BS
16	16	14	8	2	P

## Códigos em R

### LS

```
# Obtaining randomized layout for a LS
library(dae)
t <- 4
n <- t * t
LS.unit <- list(Rows = t, Columns = t)
Treat <- factor(c("A", "B", "C", "D",
                 "B", "C", "D", "A",
                 "C", "D", "A", "B",
                 "D", "A", "B", "C"),
              labels =c("A", "B", "C", "D"))
LS.lay <- fac.layout(unrandomized=LS.unit,
                   randomized=Treat,seed=941)
remove("Treat")
LS.lay
```

# Códigos em R

## LS

```
.Units .Permutation Rows Columns Treat
1      1             11     1       1     C
2      2             12     1       2     B
3      3             10     1       3     D
4      4             9      1       4     A
5      5             7      2       1     A
6      6             8      2       2     D
7      7             6      2       3     B
8      8             5      2       4     C
9      9             15     3       1     D
10     10            16     3       2     C
11     11            14     3       3     A
12     12            13     3       4     B
13     13             3      4       1     B
14     14             4      4       2     A
15     15             2      4       3     C
16     16             1      4       4     D
```

## Referências

BAILEY, R.A. Hasse diagrams in designed experiments: a pictorial aid to thinking about blocking, stratification, degrees of freedom, randomization, and analysis of variance. In: SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA, 11., Londrina, 2005. **Minicurso**. Londrina: UEL, 2005. 96p.

BRIEN, C.J. Determining the analysis of variance table. In: ——— **Statistical Modelling**. Disponível em: <http://chris.brien.name/ee2/course/SM06.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2007.

BRIEN, C.J.; BAILEY, R.A. Multiple randomizations (with discussion). **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 68, p. 571-609, 2006.

## Referências

LOHR, S.L. Hasse Diagram in Statistical Consulting and Teaching. **The American Statistician**, New York, v. 39, n. 4, p. 376-381, Nov. 1995.

MACHADO, A. de A.; SILVA, J.G.C.; DEMÉTRIO, C.G.B.; FERREIRA, D.F. Estatística Experimental Uma Abordagem Baseada no Planejamento e no Uso de Recursos Computacionais. In: SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA, 11., 2005, Londrina. **Minicurso**. Londrina: UEL, 2005. 300p.

R Core Team (2014). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>.

## Referências

TAYLOR Jr., W.H.; HILTON, H.G. A Structure Diagram Symbolization for Analysis of Variance. **The American Statistician**, New York, v. 35, n. 2, p. 85-93, May 1981.